Inhoudsopgave

Doelen in deze reader

Hoofdstuk 1 Rekenaanpakken van kinderen
De student
- is er zich van bewust dat in een groep kinderen zeer uiteenlopende oplossingen kunnen voorkomen.
- kan de denkwijze van een leerling achterhalen bij de uitwerking van een som.
- kan aangeven waarom het voor een leraar zo belangrijk is, te weten hoe een leerling een probleem oplost.

Hoofdstuk 2 Realistisch reken-wiskundeonderwijs
De student
- kan voorbeelden van contexten geven.
- kan bij een context aangeven welke van de vijf functies van contexten (aansluiting bij de belevingswereld van kinderen, basis voor begripsvorming, houvast bij het kale rekenen, toepassing van het rekenen en ter ontwikkeling van een wiskundige houding) er aan de orde is (zijn) en dit toelichten.
- kan bij een gegeven functie van contexten een voorbeeld geven.
- weet hoe de inbreng van leerlingen bij contexten vergroot kan worden.
- kan bij een oplossing van een opgave door een leerling aangeven op welk niveau de leerling de opgave heeft opgelost (concreet, schematisch, formeel).
- kan bij een opgave uit een reken-wiskundemethode aangeven welke van de vijf kenmerken van realistisch reken-wiskundeonderwijs (rekenaanpak, context, interactie, niet geïsoleerd, modellen) aan de orde is (zijn).
- weet wat verstaan wordt onder interactief onderwijs en kan aangeven wat het belang is van interactie voor de leerkracht en voor de leerlingen.
- kan de functie van schema's en modellen aangeven.
- kan bij een gegeven context een geschikt model of schema geven.
- kan eenvoudige telproblemen op verschillende niveaus oplossen en daarbij verschillende verkortingen aangeven.
- kan bij eenvoudige telproblemen aangeven welke wiskundige activiteiten bij het oplossen daarvan aan de orde zijn.

Hoofdstuk 3 Hoofdrekenen
De student
- kan de vier verschillende vormen van rekenen (cijferen, hoofdrekenen volgens vaste procedures, handig en flexibel rekenen en schattend rekenen) in eigen woorden beschrijven en toelichten aan de hand van zelf gekozen rekenvoorbeelden.
- kan bij rekenwerk van leerlingen aangeven welke vorm van rekenen aan de orde is.
- kan het verschil aangeven tussen cijferen en hoofdrekenen.
- kan voordelen en nadelen aangeven van hoofdrekenen en van cijferen.

Hoofdstuk 4 Rekenen tot honderd

De student

- kan de aanpakken bij het rekenen tot honderd (rijgen, splitsen, combinatie van rijgen en splitsen en handig rekenen) in eigen woorden beschrijven, herkennen in rekenwerk van leerlingen en toelichten aan de hand van zelf gekozen rekenvoorbeelden.
- kan voordelen van de (lege) getallenlijn noemen en deze toelichten aan de hand van zelf gekozen rekenopgaven.
- kan aangeven welk materialen de verschillende vormen van rekenen wel dan niet ondersteunen en dit aan de hand van zelf gekozen situaties toelichten.

Hoofdstuk 5 Van hoofdrekenen naar cijferen bij optellen en aftrekken

De student

- kan optel- en aftrekopgaven boven de honderd rijgend, kolomsgewijs en cijferend oplossen.
- kan de overgang aangeven van kolomsgewijs optellen naar cijferend optellen.
- kan het belang aangeven van kolomsgewijs optellen en aftrekken.
- kan aangeven welke van de vijf kenmerken van realistisch reken-wiskundeonderwijs aan de orde zijn bij hoofdrekenen en dit aan de hand van zelf gekozen voorbeelden toelichten.
- kan een gefundeerd oordeel geven over de positie van het cijferen in het huidige reken-wiskunde onderwijs.

Hoofdstuk 6 Van hoofdrekenen naar cijferen bij vermenigvuldigen en delen

De student

- weet dat er verschillende algoritmen bestaan voor het cijferend vermenigvuldigen en dat het algemeen bekende algoritme voor het cijferend vermenigvuldigen een (willekeurige) keuze is.
- kan vermenigvuldigsommen met grotere getallen kolomsgewijs oplossen.
- kan verschillende niveaus van verkorting aangeven bij kolomsgewijs vermenigvuldigen.
- weet dat het rekenen met nullen bij kolomsgewijs vermenigvuldigen van essentieel belang en kan aangeven hoe dit rekenen met nullen aan de hand van contexten en modellen inzichtelijk onderbouwd kan worden.
- kan bij het oplossen van vermenigvuldig- en deelopgaven uit reken-wiskundemethoden aangeven welke strategie (hoofdrekenen, handig rekenen, cijferen of het gebruik van de zakrekenmachine) de voorkeur heeft en dit nader toelichten.
- kan deelsommen met grotere getallen kolomsgewijs oplossen.
- kan opeenvolgende niveaus van verkorting aangeven bij kolomsgewijs delen.

Hoofdstuk 7 Schattend rekenen

De student

- kan het belang aangeven van schattend rekenen afgezet tegen precies rekenen.
- kan aangeven welke van de vijf kenmerken van realistisch reken-wiskundeonderwijs aan de orde zijn bij schattend rekenen en dit aan de hand van zelf gekozen voorbeelden toelichten.

Hoofdstuk 1 Rekenaanpakken van kinderen

Kinderen lossen (net als volwassenen) rekenproblemen vaak op verschillende manieren op. In dit hoofdstuk zie je rekenaanpakken van kinderen in groep 5 en 6 bij het oplossen van drie opgaven. Aan verschillende kinderen werd niet alleen gevraagd het antwoord te geven, maar ook te noteren hoe ze gerekend hebben.

1. Los op uit het hoofd: 32 – 19 = Schrijf op hoe je hebt gerekend.

- Los de opgave eerst zelf op en probeer te voorspellen hoe je verwacht dat kinderen de opgaven zullen aanpakken.
- Bekijk het leerlingenwerk en achterhaal de redeneringen van de kinderen.
- Doe een uitspraak over het niveau van oplossen door de kinderen. Welke overeenkomsten zie je? Welke verschillen zie je?

a

13 eerst negen terug tellen en dan tien er af halen

b

= 13
en dan doe je er 19 af

c

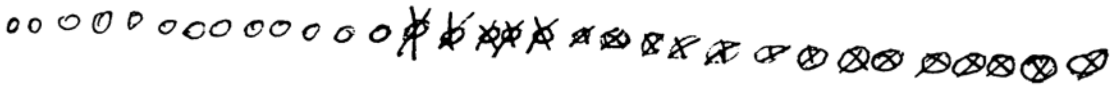
~~8~~ 32-2-10-7=13

d

30 18 16 14 12 10 8 6 4 3

e

32 − 19 = 13



2. **Los op uit het hoofd: 1012 – 889 =**
Schrijf op hoe je gerekend hebt.

- Los de opgave eerst zelf op en probeer te voorspellen hoe je verwacht dat kinderen de opgaven zullen aanpakken.
- Bekijk het leerlingenwerk en achterhaal de redeneringen van de kinderen.
- Doe een uitspraak over het niveau van oplossen door de kinderen. Welke overeenkomsten zie je? Welke verschillen zie je?

a

1000 − 800 = 200
12 − 11 = 1
200 + 1 = 201

b

eerst een honderd tal te maken dan heb je 900 + 100 = 1000 + 12 = 1012 + 11 = 123

c

889 + 11 = 900   900 + 100 = 1000   1000 + 12 = 1012
11 + 100 + 12 = 123

d

89 - 12 = 77

1000 - 877 = 123

123

e

1012
889 -

123

f

11
8

889 = 900   1012 - 1000

~~900~~ 1012 - 900 =

g

0910 12
~~1012~~
889

0123

h

277 uit me hoofd

i

889 + 123 = 1012

3. Heleen heeft al 567 bladzijden gelezen.
Dit boek heeft 812 bladzijden.
Hoeveel bladzijden moet Heleen nog lezen?

Schrijf op hoe je het hebt uitgerekend.

- Los de opgave eerst zelf op en probeer te voorspellen hoe je verwacht dat kinderen de opgaven zullen aanpakken.
- Bekijk het leerlingenwerk en achterhaal de redeneringen van de kinderen.
- Doe een uitspraak over het niveau van oplossen door de kinderen. Welke overeenkomsten zie je? Welke verschillen zie je?

a

812 - 12 = 800 - 55 = 745 - 500 = 245

b

812 - 567 812 - 500 = 312 - 60 = 252 - 7 = 245

c

$$\begin{array}{r} 567 \\ 133 \\ \hline 700 \\ 112 \\ \hline 812 \end{array}$$

245

d

+ 200 = 767
+ 40 + 5

255

Hoofdstuk 2 Realistisch reken-wiskundeonderwijs

2.1 Inleiding

Velen denken bij rekenen aan het kunnen uitrekenen van sommen als:

356,57 - 189,69 =	345 405 x	23/ 1365\ ...

a. Reken de sommen eens uit. Hoe heb je gerekend?

b. Geef beschrijvingen van situaties waarin je deze rekensommen moet uitrekenen.

c. Wanneer reken je deze sommen écht uit?

Meestal pak je bij dit soort sommen een zakrekenmachine. Hierdoor is het vlot en foutloos kunnen uitrekenen van dit soort sommen minder belangrijk geworden, want wat betreft de snelheid en nauwkeurigheid winnen we het nooit.

In de basisschool wordt kinderen dit soort van sommen weliswaar nog steeds aangeboden, maar er hebben de afgelopen twintig jaar accentverschuivingen plaats gevonden. Eén van deze accentverschuivingen heeft alles te maken met het uitgangspunt dat rekenen en wiskunde dient te ontstaan vanuit voor kinderen herkenbare en inleefbare situaties. Bij het uitrekenen van sommen als hierboven is niet alleen het rekenwerk belangrijk, maar is ook van belang dat kinderen bij sommen een situatie kunnen bedenken zodat de som voorstelbaar wordt en het rekenwerk zoveel mogelijk inzichtelijk gebeurt. Vaak kunnen kinderen niet onder woorden brengen waar sommen als hierboven betrekking op hebben. Voor veel leerlingen is rekenen goochelen met getallen: het is waarschijnlijk door de juf of meester uitgevonden en het wordt alleen op school gedaan. Het inzichtelijk werken aan rekenen en wiskunde vanuit situaties (contexten) kan dit voorkomen.

d. Lukte het jou om de hierboven genoemde sommen voorstelbaar te maken?

Hieronder zie je wat Arvind (14 jaar) opschreef, toen hem gevraagd werd een situatie te bedenken bij de som 20 x 4 = 80.

De meester zegt tegen de kinderen dat ze
de som 20 x 4 moeten uit reken en een van
de kinderen zegt 80

e. Geef zelf een situatie waarin de som 20 x 4 = moet worden uitgerekend.

De vier volgende opgaven zijn rekenkundig lastiger. Door je iets bij de sommen voor te stellen kan het rekenwerk misschien eenvoudiger worden.

f. Bedenk een situatie bij iedere opgave en los de opgave op.

- 16 x 0,25 =
- 20 : 0,25 =

- $\frac{1}{4} \times 2\frac{1}{2} =$

- $21 : \frac{3}{4} =$

Tot nu toe kwamen kale rekensommen aan de orde waarbij steeds iets voorgesteld moest worden. Het omgekeerde komt natuurlijk ook voor: vind bij een situatie de kale rekensom en los deze vervolgens op. Dat dit niet altijd even eenvoudig is, moge blijken uit het volgende drietal opgaven.

g. Achterhaal bij iedere opgave de achterliggende kale rekensom(men). Los vervolgens het probleem op.

   - Twee vrienden vieren samen hun verjaardag; de ene nodigt vijf vrienden uit en de ander zes vrienden zonder met elkaar te bespreken wie wie uitnodigt. Hoeveel vrienden zijn er door de twee uitgenodigd?

   - Jan koopt een pen voor 4 euro; verkoopt hem voor 5 euro; koopt hem terug van iemand anders voor 6 euro en verkoopt hem voor 7 euro. Hoeveel winst maakt hij?

   - Kraan I doet er twee uur over om een bak te vullen. Kraan II doet er drie uur over om deze bak te vullen.
     Hoe lang doen kraan I en II - tegelijk open gezet - erover om de bak te vullen?

Dat het vinden van de kale rekensom bij een situatie ook niet voor alle kinderen even eenvoudig is, blijkt uit wat Sandra (14 jaar) opschreef bij de volgende situatie:

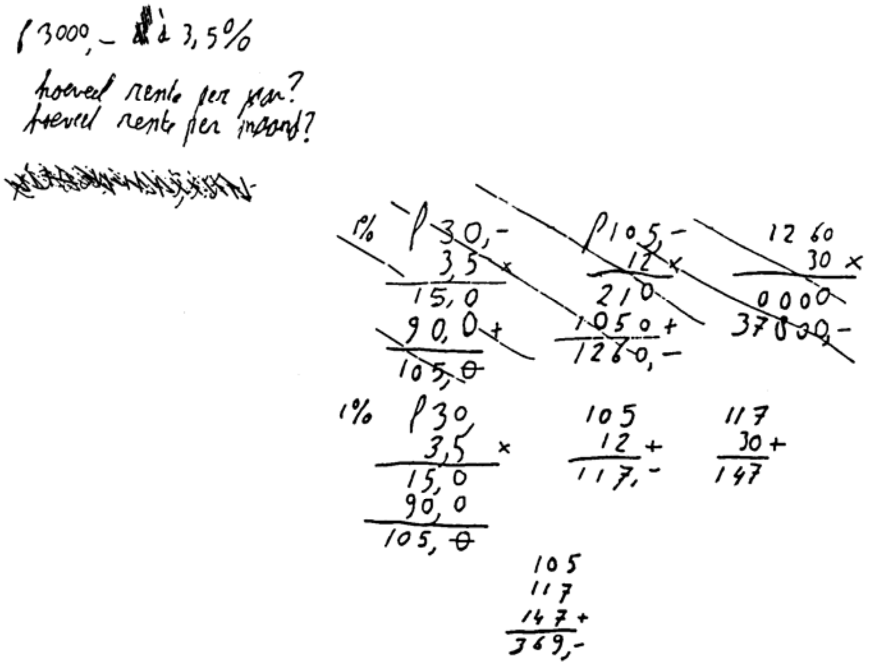
In een doos gaan 24 kerstballen.
Er moeten 336 kerstballen worden ingepakt.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,2} \\ 336 \\ 24\times \\ \hline 1344 \\ 6720 \\ \hline 8064 \end{array}$$

In doos moeten 8064 nog ingepakt worden

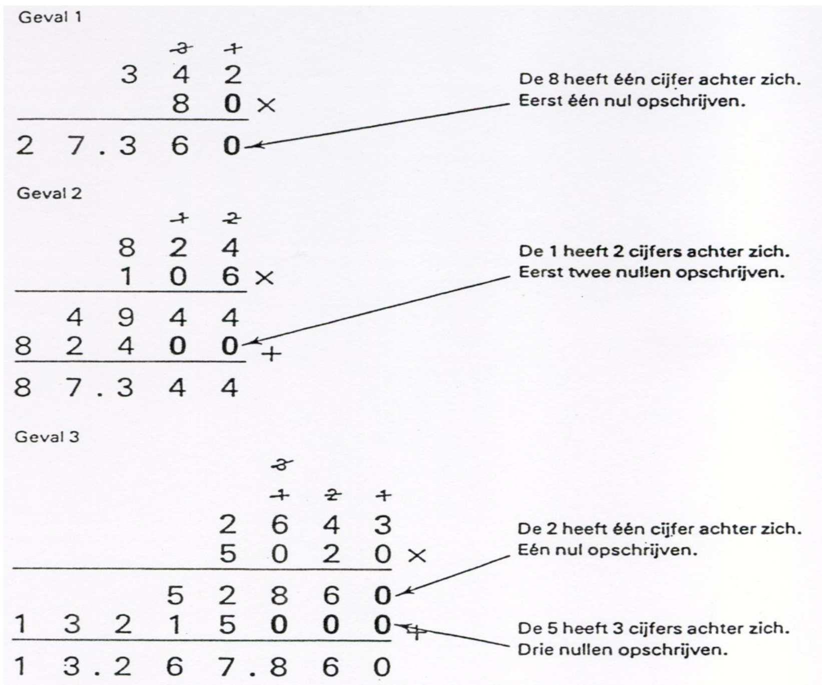
h. Geef commentaar op wat Sandra gedaan heeft.

Aan Marco (14 jaar) werd gevraagd hoeveel de rente per jaar is over een bedrag van fl. 3.000,- dat tegen 3,5% uitstaat. Daarna werd hem gevraagd de rente per maand uit te rekenen.



i. Geef commentaar op het rekenwerk van Marco.

Hieronder zie je een voorbeeld van hoe zo'n twintig jaar geleden aan kinderen vermenigvuldigsommen als 23 x 84 = werden geleerd. De koppeling tussen verhaal en som is hier volledig zoek. Het rekenen kan nauwelijks zinvol en betekenisvol voor de kinderen genoemd worden. Het leren gebeurt niet vanuit een voor kinderen voorstelbare situatie. Bij het maken van deze sommen ging het voornamelijk om het aanleren van rekenregels, die soms blind ingeoefend werden. De techniek van het snel en vaardig oplossen ging vóór het verwerven van inzicht.



Tegenwoordig deelt men algemeen de opvatting dat het imiteren van trucjes op geen enkele wijze bijdraagt tot de cognitieve ontwikkeling van kinderen en het ontwikkelen van wiskundige kennis en vaardigheden. De kinderen kunnen door een dergelijke aanpak té afhankelijk worden van de leerkracht: "Meester hoe ging het ook alweer, doe het nog één keer voor." Ook krijgen kinderen een verkeerd beeld van wat rekenen is. Ze ontwikkelen het idee dat rekenen een kwestie is van trucjes leren.
Vroeger heette het vak *rekenen*, tegenwoordig spreekt men liever van *rekenen-wiskunde*. Daarmee maakt men duidelijk dat het in het vak om meer gaat dan rekenen met getallen. Zo speelt ook meetkunde een rol. Meten komt nadrukkelijk aan de orde, vaak geïntegreerd in het rekenen met getallen. Verhoudingsdenken speelt een grote rol door alle groepen van het basisonderwijs heen. Maar ook het vormen van een wiskundige houding bij kinderen krijgt aandacht. Het 'rekenonderwijs' van nu omvat dus veel meer dan alleen maar rekenen!
In de visie van realistisch reken-wiskundeonderwijs zoals die tegenwoordig in alle gebruikte basisschoolmethoden gehanteerd wordt, wordt het rekenen inzichtelijk en betekenisvol aan kinderen gepresenteerd. De kern van realistisch rekenen en wiskunde is, dat het niet gaat om het imiteren van onbegrepen trucjes, maar dat het gaat om het ontwikkelen van rekenkundige en wiskundige kennis en vaardigheden op basis van eigen construerende activiteit geleid door gezond verstand.

- Hier zie je een bladzijde uit de reken-wiskundemethode *Alles Telt* waarin je het bovenstaande kunt herkennen. Licht de cursiveringen toe: het gaat niet om *het imiteren van onbegrepen trucjes*, maar om *het ontwikkelen van rekenkundige en wiskundige kennis* op basis van *eigen construerende activiteit* geleid door *gezond verstand*.


1 Werken met procenten.

VERNIEUWD!
INGREDIËNTEN

Ik weet het honderd procent zeker.

Ik heb 6 van de 10 ringen.

Dan heb ik gewonnen: 10 van de 15.

AFREKENING

07-03-02 | 1234567 | 2,5

Alles moet weg, nu tot 50% korting.

2 Hoeveel kost het nu?

Op al onze artikelen nu 50 % korting!

€ 11,- €19,90 €15,50 €6,60

3 Hoeveel kost het met korting? Neem de tabel over en vul in.

€ 1200,-

% korting	korting	nieuwe prijs
50%	€ 600	€ 600
10%		
20%		
25%		

4 Hoeveel procent korting krijg je?

a Voor de helft van de prijs.

b U betaalt nu [illegible] deel minder.

c Er gaat een kwart van de prijs af.

d [illegible] minder in prijs.

Realistisch reken-wiskundeonderwijs kent een aantal basiskenmerken. Deze komen in de volgende paragraaf nader aan de orde. In de nog komende modules tijdens de opleiding zul je steeds weer deze basiskenmerken tegenkomen. Op dit moment gaat het om een eerste kennismaking. Gaandeweg de opleiding zul je steeds meer over de kenmerken te weten komen en zul je ontdekken dat de kenmerken onlosmakelijk met elkaar samenhangen en de kern vormen van de huidige visie op hoe kinderen het meest effectief en met plezier rekenen en wiskunde leren.

2.2 Kenmerken van realistisch reken-wiskundeonderwijs

Kenmerken

A
Rekenaanpak
Leerlingen krijgen de mogelijkheid te kiezen voor de aanpakken die ze zelf gevonden hebben.

B
Context
Het rekenen wordt geleerd in situaties waarin getallen en bewerkingen betekenis krijgen.

C
Interactie
Het overleg met de leerkracht en tussen leerlingen onderling stimuleert het leren.

D
Niet geïsoleerd
Bij het leren rekenen is zelden een rekenonderdeel geïsoleerd aan de orde.

E
Modellen
Het denken wordt visueel ondersteund.

Op de volgende bladzijden wordt ieder van deze kenmerken nader besproken en aan de hand van voorbeelden toegelicht.

A. Rekenaanpak

Leerlingen krijgen de mogelijkheid te kiezen voor de aanpakken die ze zelf gevonden hebben.

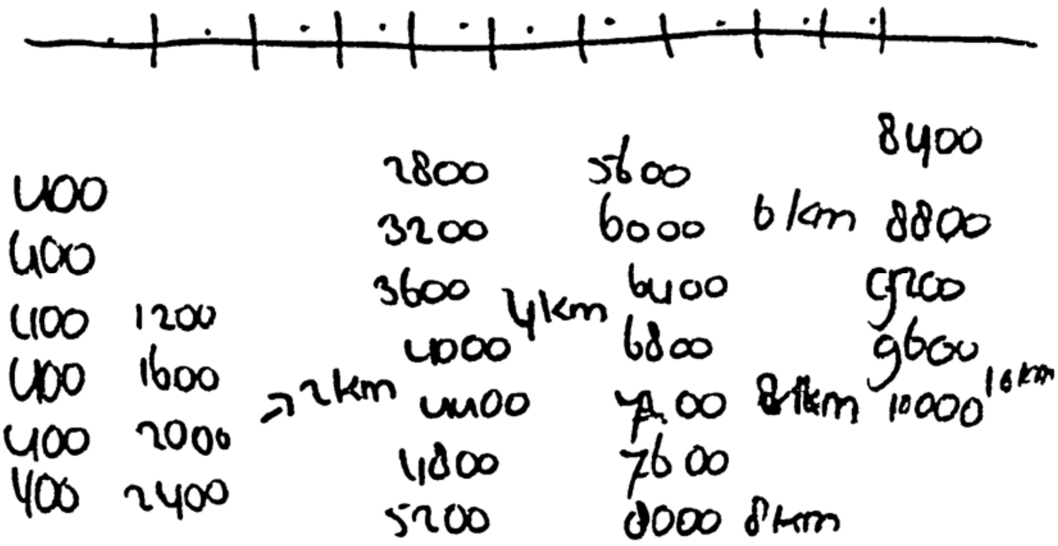
Bij realistisch reken-wiskundeonderwijs gaat om het ontwikkelen van rekenkundige en wiskundige kennis en vaardigheden op basis van eigen construerende activiteit geleid door gezond verstand. Rekenen-wiskunde is zo natuurlijk, dat het kind het zelf onder begeleiding en in groepsverband kan construeren. Dit betekent dat de leerkracht niet gaat voordoen hoe een reken/wiskundig probleem moet worden opgelost, maar dat er aan de kinderen gelegenheid wordt gegeven met hun eigen intuïtieve ideeën aan de slag gaan: eerst onderzoeken wat het probleem is en daarna op zoek naar een oplossing.

Meestal zijn de eerste aanpakken van de kinderen primitief en soms uitgebreid en omslachtig. Maar juist de eigen aanpakken van kinderen zijn belangrijk. Het zullen de aanpakken zijn die de kinderen begrijpen. Daarom vormen zij de basis voor verdere wiskundige activiteiten.

Het is belangrijk dat de leerkracht informele aanpakken van kinderen gebruikt om samen met de kinderen te komen tot een hoger niveau van oplossen. Interactie (samen met de kinderen over rekenen-wiskunde praten) is daarom een onmisbaar element van realistisch reken-wiskundeonderwijs. Het is niet de bedoeling dat alle kinderen op hetzelfde niveau van reken-wiskundig handelen eindigen. Juist door verschillende oplossingsniveaus te accepteren kan men goed differentiëren.

Hieronder zie je een voorbeeld van een informele oplosmethode.

> **De leerling vroeg na een weekend wereldkampioenschappen: "Hoeveel rondjes schaatsen ze eigenlijk op de 10 kilometer?" De leerkracht nodigt haar uit dat zelf uit te zoeken, nadat hij gecontroleerd heeft of ze weet hoe dat één rondje 400 m is en 10 km gelijk is aan 10.000 meter.**



B. Context

Het rekenen wordt geleerd in situaties waarin getallen en bewerkingen betekenis krijgen

Rekenen-wiskunde leren is betekenisvol leren en sluit aan bij wat de kinderen al weten. Het leren krijgt betekenis door het te verankeren in de leefwereld van de kinderen. Betekenisvolle contexten spelen een centrale rol binnen het realistische reken-wiskundeonderwijs. Het streven is zoveel mogelijk op zoek te gaan naar situaties uit de leefwereld van kinderen waarin de reken-wiskundige inhoud als het ware vanzelfsprekend opgesloten ligt.

Functies van contexten.

Er kunnen vijf functies van contexten worden onderscheiden.

❖ **Contexten sluiten aan bij de belevingswereld van de kinderen**

Contexten zijn situaties die kinderen herkennen en waarin kinderen zich kunnen inleven. Zo wordt rekenen/wiskunde een deel van de eigen ervaringswereld van de kinderen en wordt voorkomen dat te snel op een te abstract niveau wordt gewerkt. Contexten dragen bij tot de motivatie en de concentratie van de kinderen.

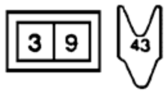
Manus sorteert de schroeven

❖ **Contexten als basis voor de begripsvorming**

Contexten kunnen een natuurlijke en aansprekende toegang tot het rekenen en de wiskunde geven. Door kinderen contexten aan te bieden kunnen getallen, begrippen en bewerkingen vanuit die contexten door kinderen begrepen worden. De kinderen geven wat ze geleerd hebben een eigen plaats in hun wiskundige systeem.

Bijvoorbeeld krijgt de opeenvolging van getallen betekenis als het gekoppeld wordt aan het wachten bij de bakker.

Welke nummers komen nog?

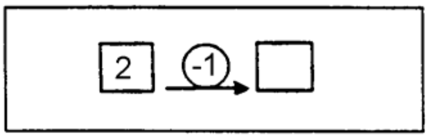


Optellen en aftrekken wordt betekenisvol binnen de context van in- en uitstappen bij de bus. De context is het begin van de begripsvorming en introduceert het nieuwe begrip of de nieuwe bewerking.

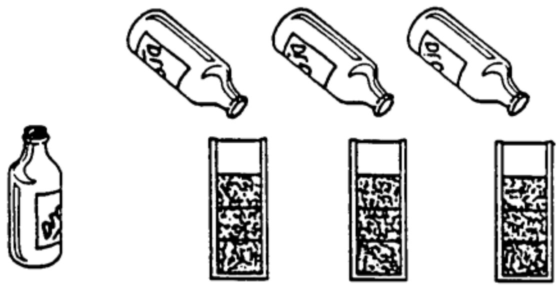
Hoeveel mensen zitten er in de bus?

❖ **Contexten als houvast bij het kale rekenen**

Achter een kale rekensom kan het kind een reële situatie voorstellen. Als kinderen voldoende geoefend hebben met optellen en aftrekken binnen contexten, kunnen zij zich bij een kale optelsom instappende buspassagiers voorstellen.



Bij een som als $3 \times \frac{3}{4} =$ kan een kind aan de volgende context denken:



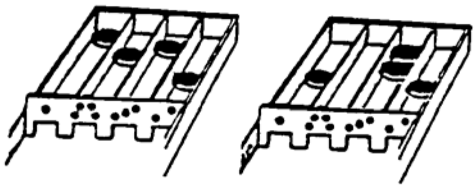
1 fles Droes bevat $\frac{3}{4}$ liter limonade. Hoeveel liter limonade zit er in 3 flessen?

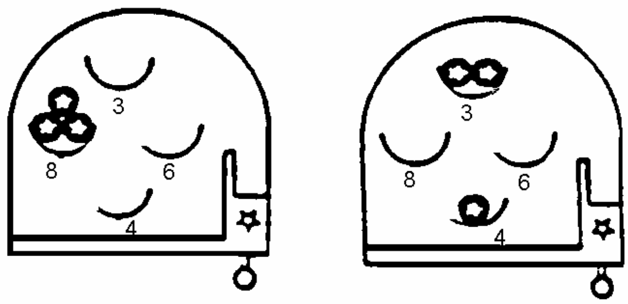
Door te denken aan een achterliggende context krijgen kinderen zicht op een mogelijke aanpak van de som of het probleem. Ook kunnen zij zich door de betekenisvolle realiteit zich bij getallen en bewerkingen met getallen iets voorstellen. Zo kunnen kinderen de benodigde rekenhandelingen kiezen en de gevonden oplossing van een kale som controleren.

❖ **Contexten als toepassing van het rekenen**

Contexten bieden de mogelijkheid de realiteit als toepassingsgebied van het rekenen bloot te leggen. Contexten geven gelegenheid het geleerde toe te passen of nog eens te oefenen. Onderstaande twee contexten zijn daar een voorbeeld van. Ze spreken waarschijnlijk meer aan dan een rijtje met kale sommen.

Hoeveel punten?





❖ **Contexten ter ontwikkeling van een wiskundige houding**

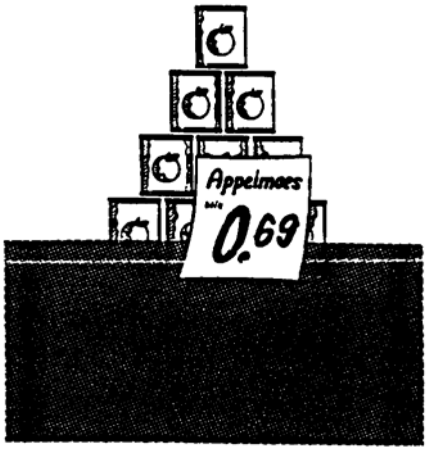
Contexten spelen een rol bij het ontwikkelen van een wiskundige houding. Door van begin af aan met contexten en probleemsituaties te werken worden de leerlingen gestimuleerd om aan een probleem te beginnen zonder dat ze direct een oplossing zien, om zelf vragen te stellen, om eigen ervaringen in te brengen, om na te denken over gevolgde oplossingsstrategieën of om een tekening of schematische voorstelling te maken van een probleem. Dat is wat we verstaan onder een wiskundige houding.

C. Interactie

Het overleg met de leerkracht en tussen leerlingen onderling stimuleert het leren.

Los het volgende probleem op. Schrijf zo nauwkeurig mogelijk op hoe je gedacht en geredeneerd hebt. Vergelijk je aanpak met dat van medestudenten en beschrijf de overeenkomsten en verschillen daarin.

> **In de winkel staat een stapel blikken. Kijk goed hoe de blikken zijn gestapeld. Je kunt niet alle blikken zien. Onderaan gaat de stapel nog een heel stuk verder. De onderste rij heeft 20 blikken.**
>
> **Hoeveel blikken zijn er in totaal?**

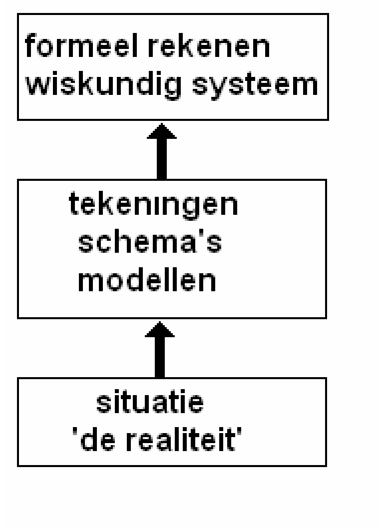


Bovenstaand wiskundig probleem kan op zeer veel verschillende manieren worden opgelost. Vroeger werd een dergelijk probleem, zo het al aan de orde kwam, vaak door de leerkracht voorgedaan en gingen de kinderen vervolgens met gelijksoortige problemen de werkwijze van de leerkracht nadoen. Tegenwoordig is in het realistisch reken-wiskundeonderwijs niet sprake van één goede manier van oplossen, maar zijn er verschillende oplossingswijzen mogelijk. De manieren van oplossen mogen daarbij uiteenlopen in niveau. Door middel van samenwerking en interactie probeert de leerkracht de kinderen tot niveauverhoging te brengen. Aldus kunnen leerlingen van elkaar leren.
In het reken-wiskundeonderwijs is het van belang dat er gelegenheid is voor het klassikaal bespreken van de manieren waarop problemen aangepakt en opgelost worden. Onder leiding van de leerkracht en in samenspraak met medeleerlingen kan een leerling die een probleem op een relatief laag niveau heeft opgelost leren van de oplossing van degene die het probleem op een hoger niveau heeft aangepakt. Door het uitwisselen van verschillende aanpakken kunnen leerlingen van elkaar leren. De leerkracht begeleidt de interactie en moet goed zicht hebben op de verschillende oplossingsniveaus. Hij moet weten welke oplossingwijzen waardevol zijn en welke dus veel aandacht verdienen en welke niet.

D. Modellen

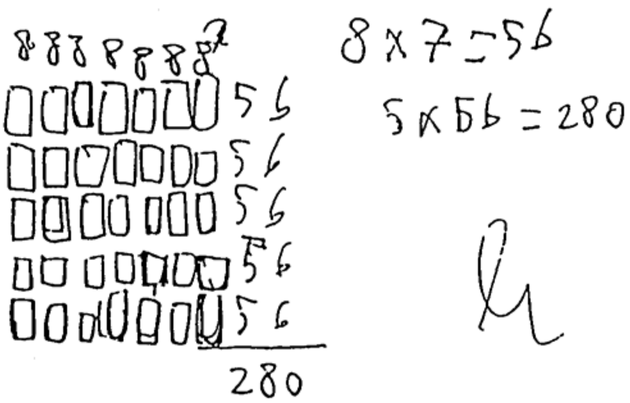
Het denken wordt visueel ondersteund.

In de inleiding zagen we hoe moeilijk het kan zijn om bij een situatie (context) de juiste som te vinden. Kinderen kunnen hierbij geholpen worden door ze te leren gebruik te maken van tekeningen en schema’s of te denken in modellen die de situatie (context) goed benaderen. Tekeningen, schema’s en modellen helpen kinderen de wiskunde te vinden die in een situatie is opgesloten. Ze worden gebruikt om de kloof tussen de complexe werkelijkheid en de kale som of formule te overbruggen.

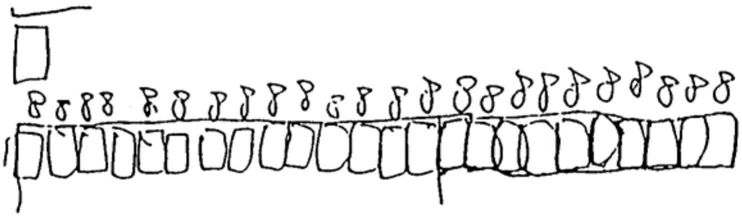


Hier zie je twee voorbeelden van leerlingenwerk waarin de overgang naar het formele rekenen aan de oppervlakte komt.

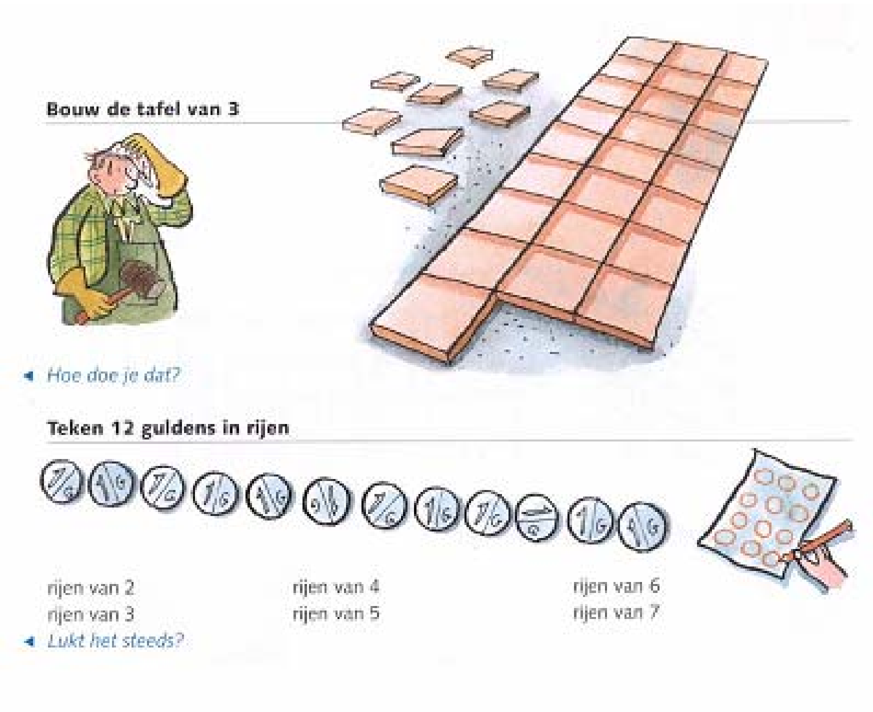
Een machine maakt 8 motors in één uur.
Hoeveel motors zijn dat per week?
(1 week heeft 5 werkdagen. Elke werkdag heeft 7 uur).



Er kunnen 8 mensen in één treincoupé zitten. In de hele trein zijn 24 van die coupés. Hoeveel mensen kunnen er dan zitten?



Onderstaande opgave komt uit deel 4a van *Rekenrijk*, één van de realistische reken-wiskundemethoden in het basisonderwijs.
Het achterliggende model dat de kinderen kan helpen te komen tot het maken van de gevraagde opdrachten is het *rechthoeksmodel* dat een belangrijke rol speelt bij het leren van de tafels van vermenigvuldigen.



Concluderend kan gezegd worden dat een model ontstaat door de context te verschralen tot de wiskundige essentie. En dan blijkt één model bij (veel) verschillende contexten te passen.
Voorbeelden van flexibel in te zetten modellen zijn: de getallenlijn, het rechthoeksmodel, de strook en de verhoudingsmodel.

E. Niet geïsoleerd

Bij het leren rekenen is zelden een rekenonderdeel geïsoleerd aan de orde
.

De domeinen van rekenen en wiskunde
Er worden zes domeinen bij rekenen/wiskunde onderscheiden. Deze komen zoveel als mogelijk geïntegreerd aan de orde. Zo kunnen bij een probleem waar meten centraal staat, ook verhoudingen voorkomen of kan een beroep gedaan worden op het toepassen van de basisvaardigheden. Breuken, decimale breuken, verhoudingen en procenten worden geïntegreerd aangeboden:

- drie op de vier mensen
- 75%
- 0,75
- $\frac{3}{4}$

De volgende zes domeinen worden bij rekenen-wiskunde onderscheiden:

- basisvaardigheden (tellen, rekenen tot 20, rekenen tot 100, tafels van vermenigvuldiging, hoofdrekenen en schattend rekenen)
- cijferen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen “onder elkaar”)
- verhoudingen en procenten
- breuken en decimale breuken
- meten
- meetkunde.

In de loop van de opleiding zullen alle domeinen geïntegreerd aan de orde komen. In dit programma ligt, naast aandacht voor realistisch reken-wiskundeonderwijs in het algemeen, vooral het accent op de domeinen basisvaardigheden en cijferen.

Bij ieder van de domeinen zijn kerndoelen geformuleerd. Wie geïnteresseerd is in wat kerndoelen zijn en hoe deze geformuleerd zijn voor het vak rekenen/wiskunde, kan een kijkje nemen op de site van de Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Rekenen- en Wiskunde Onderwijs (NVORWO): www.nvorwo.nl. Daar vind je tevens meer informatie over het tijdschrift *Willem Bartjens*.

2.3 Wiskundige activiteiten en niveaus van oplossen

Wanneer iemand bezig is reken-wiskundige problemen op te lossen, komen in veel gevallen vele wiskundige activiteiten voor.
Zo kun je bij wiskundige activiteiten bijvoorbeeld denken aan:

- ordenen
- schematiseren
- symboliseren
- formaliseren
- regelmaat herkenen
- wetmatigheid ontdekken
- …

Het oplossen van reken-wiskundige problemen vindt plaats op verschillende niveaus. Dezelfde persoon zal deze niveaus in het verloop van de tijd van ‘laag’ naar ‘hoog’ doorlopen. In klassensituaties zullen de kinderen ieder op hun eigen niveau met problemen bezig zijn.

De volgende niveaus van oplossen worden onderscheiden:

- het **concrete** niveau: er wordt gebruik gemaakt van concreet materiaal en er wordt niet gestructureerd gewerkt (vaak tellend, uitproberend)
- het **schematische** niveau: er wordt gebruik gemaakt van een schematische voorstelling van de situatie of van een model dat goed past bij de situatie; er wordt structuur (zoals een regelmaat of een wetmatigheid) in het probleem ontdekt
- het **formele** niveau: er wordt gerekend met getallen door gebruik te maken van rekenfeiten, rekeneigenschappen en getalrelaties zonder daarbij een model of context te hanteren; het rekenwerk vindt mentaal plaats; er worden formules gebruikt

Aan de hand van een aantal oefenopgaven ga je na hoe je (bij jezelf) wiskundige activiteiten kunt opsporen en benoemen en welke niveaus van oplossen je hanteert.

Opgave 1
Hieronder zie je een aantal dominostenen. Bij een dominospel komen alle combinaties van de ogen 0 tot en met 6 voor.

a. Er ontbreekt een aantal stenen.
Hoeveel stenen ontbreken er en welke zijn dat?

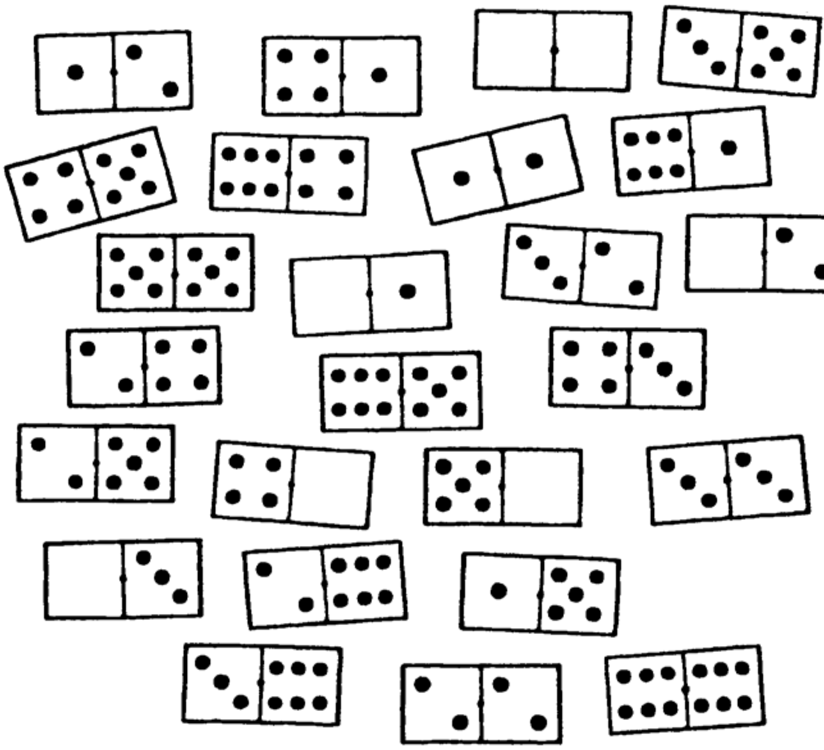
b. De ontbrekende stenen worden aan de overige toegevoegd.
Hoe groot is het totaal aantal ogen van het nu complete dominospel?

c. Iemand geeft op vraag b het antwoord: ‘’Het aantal ogen vond ik door 14 x 12 te doen!”
Hoe ie hier geredeneerd?

d. Ga na hoe de tweede vraag beantwoord moet worden in geval van andere dominospellen (bijvoorbeeld met alleen de combinaties van de ogen 0 tot en met 4, of alleen de combinaties van de ogen 0 tot en met 7, enz.).

e. Welke wiskundige activiteiten komen bij het oplossen van het probleem aan de orde?

f. Op welk(e) niveau(s) loste je het probleem op? Vergelijk dat eens met het rekenwerk van een medestudent.



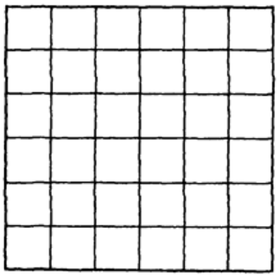
Opgave 2
Je mag bloempjes plakken van gekleurd papier. Voor de bloemenblaadjes zijn drie en voor de hartjes zijn vier kleuren papier beschikbaar.

a. Hoeveel verschillende bloemetjes zijn er mogelijk?

b. Op welk(e) niveau(s) loste je het probleem op? Vergelijk dat eens met het rekenwerk van een medestudent.

c. Voor welke groep is dit een geschikte opdracht?

Opgave 3
Hieronder zie je een vierkant. Het vierkant is verdeeld in 36 kleine vierkantjes. Dat zijn samen al 37 vierkanten. Maar wie goed kijkt ziet er meer, onder andere vierkanten die elkaar overlappen.



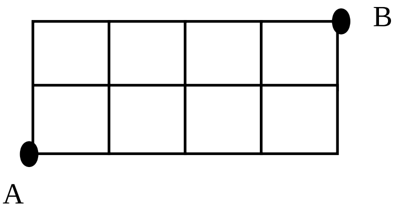
a. Hoeveel vierkanten bevat het figuur totaal?

b. Hoeveel vierkanten bevat een figuur dat uit honderd kleine vierkantjes bestaat?

c. Welke wiskundige activiteiten komen bij het oplossen van het probleem aan de orde?

d. Op welk(e) niveau(s) loste je het probleem op? Vergelijk dat eens met het rekenwerk van een medestudent.

Opgave 4
Hieronder zie je een stratenplan.



a. Op hoeveel verschillende manieren kun je van A naar B komen?

b. Welke wiskundige activiteiten komen bij het oplossen van het probleem aan de orde?

c. Op welk(e) niveau(s) loste je het probleem op? Vergelijk dat eens met het rekenwerk van een medestudent.

Opgave 5
De wedstrijd Feyenoord - Ajax is geëindigd in: 2 - 4.
Het scoreverloop was: 1-0, 1-1, 1-2, 1-3, 2-3, 2-4.

a. Hoeveel verschillende scoreverlopen zijn er mogelijk bij een eindstand 2-4?

b. Welke wiskundige activiteiten komen bij het oplossen van het probleem aan de orde?

c. Op welk(e) niveau(s) loste je het probleem op? Vergelijk dat eens met het rekenwerk van een medestudent.

2.4 Signalen van realistisch reken-wiskundeonderwijs

- Welke kenmerken behoren bij realistisch reken-wiskundeonderwijs? Zet er een **R** bij.
- Bij ieder kenmerk hoort een kenmerk dat hetzelfde aspect beschrijft, maar dan zoals dat in het verleden in het rekenonderwijs vaak aan de orde kwam. Zoek deze tegenhangers.

Toepassen
Het leren van nieuwe begrippen en vaardigheden en het toepassen ervan gaan hand in hand.

Individueel onderwijs
Rekenen wordt individueel gedaan; de hulp wordt individueel gegeven. Het antwoordenboekje heeft een belangrijke rol. Kinderen kijken hun werk vaak zelf na. Fouten worden aangestreept. Op grond van het aantal gemaakte fouten wordt het vervolgonderwijs ingericht.

Automatiseren en memoriseren
Het automatiseren en memoriseren vindt plaats door zogenaamde ankerpunten in het leerproces te gebruiken.
Een bekend voorbeeld hiervan is het aanleren van de tafels van vermenigvuldiging: uit de ankersom 5 x 7 = construeren de kinderen de uitkomst van 8 x 7 = .

Contextopgaven
Er wordt weinig gebruik gemaakt van contextopgaven. De som wordt als gegeven beschouwd. Contextopgaven komen veelal voor, wanneer men de kinderen het geleerde wil laten toepassen.

Reconstructiedidactiek
De didactiek is zo ontworpen dat de kinderen zelf hun eigen wiskunde construeren. Met behulp van modellen, schema's en symbolen helpt men de kinderen inzicht te krijgen in het wiskundig-rekenkundig systeem.
Voorbeelden hievan zijn het leren van het metriek stelsel door referentiematen te ontwikkelen en het cijferen volgens progressieve schematisering.
Rekenregels worden door de kinderen zelf ontdekt.

Oefenen
Het oefenen vindt plaats in vele gevarieerde vormen, waaronder rijtjes kale sommen. Het oefenen is erop gericht het inzichtelijk rekenen te bevorderen.

Productgericht
Het gaat om het vinden van de (goede) uitkomst van de som.

Contextopgaven
Contextopgaven vormen het uitgangspunt van de didactiek. Kinderen wordt gevraagd bij een contextopgave de achterliggende som te vinden. Contextopgaven vervullen ook de rol als steun bij het kale rekenen. Tenslotte komen contextopgaven ook voor, wanneer men de kinderen het geleerde wil laten toepassen.

Reproductiedidactiek
De didactiek is zo ontworpen dat de leerkracht voordoet wat geleerd moet worden en dat de kinderen dit vervolgens nadoen. De kinderen reproduceren de wiskunde via één vaste procedure.
Voorbeelden hiervan zijn het leren van het metriek stelsel en het cijferen volgens een vaste standaardprocedure.
Het kunnen toepassen van rekenregels staat voorop.

Interactief onderwijs
Kinderen ervaren of zij iets goed of fout hebben gedaan door met elkaar of samen met de leerkracht over hun leerproces te praten: er is veel aandacht voor interactief onderwijs. De leerkracht streeft ernaar fouten van kinderen aan een foutenanalyse te onderwerpen

Oefenen
Het oefenen vindt plaats in de vorm van rijtjes kale sommen.

Automatiseren en memoriseren
Het automatiseren en memoriseren vindt plaats door te oefenen en veel te herhalen.
Een bekend voorbeeld hiervan is het aanleren van de tafels van vermenigvuldiging. Eerst wordt de tafel van 2 geleerd, de tafel van 7 (de lastigste) komt als laatste aan de beurt

Procesgericht
Het gaat naast het vinden van de (goede) uitkomst van de som ook om de manier waarop de antwoorden tot stand komen.

Toepassen
Het geleerde wordt veelal toegepast in rijtjes met kale sommen, in redactiesommen en soms in meetsituaties.

2.5 Oefenen met opgaven uit realistische reken-wiskundemethoden

Hieronder tref je acht opgaven aan uit realistische reken-wiskundemethoden voor de basisschool. Ze geven je een eerste indruk van hoe de leerstof er in de huidige methoden uitziet. Aan de hand van een aantal ‘kijkvragen’ analyseer je stuk voor stuk elk van de opgaven.

- Los het probleem zelf op. Probeer zo uitvoerig te noteren hoe je het rekenwerk deed. Denk daarbij aan een leerling die je straks gaat vragen je de opgave uit te leggen.

Hiervoor maakte je kennis met de zes domeinen die bij rekenen-wiskunde worden onderscheiden: *basisvaardigheden*, *cijferen*, *verhoudingen en procenten*, *breuken en decimale breuken*, *meten* en *meetkunde*.

- Om welk domein(en) gaat het in de opgave?

- Welke van de kenmerken van realistisch reken-wiskundeonderwijs herken je? De kenmerken zijn eerder in dit hoofdstuk aan de orde geweest.

1. Oppervlaktematen.

(uit*: De wereld in getallen*, groep 7, rekenboek b)

Je kent nu de volgende oppervlaktematen:
km^2 – hm^2 - dam^2 - m^2 - dm^2 - cm^2 - mm^2.
ha

Schrijf de volgende zinnen over. Vul na het getal steeds de goede maat in.

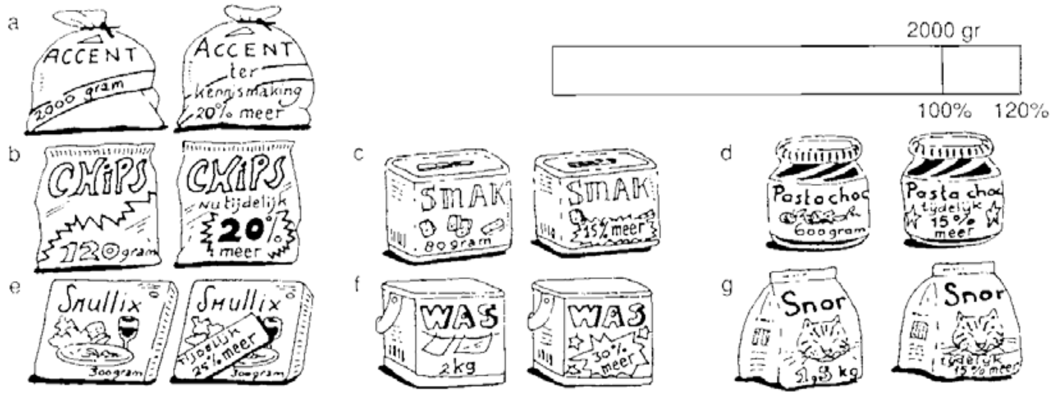
a In onze woonkamer ligt ongeveer 24 ... vloerbedekking.
b De provincie Utrecht heeft een oppervlakte van ongeveer 1300 ...
c De oppervlakte van een voetbalveld is ongeveer ½ ...
d De oppervlakte van mijn horlogeglas is ongeveer 6 ...
e Een tegel van een trottoir heeft een oppervlakte van 900 ...
f Een gewone Nederlandse postzegel heeft een oppervlakte van 525 ...
g 1 hm^2 is precies even groot als 1 ...
h Een tapijttegel heeft een oppervlakte van 25 ...
i De oppervlakte van je rekenboek is ongeveer 4.5 ...
j Een rol behang heeft een oppervlakte van 5 ...

2. Handig rekenen.

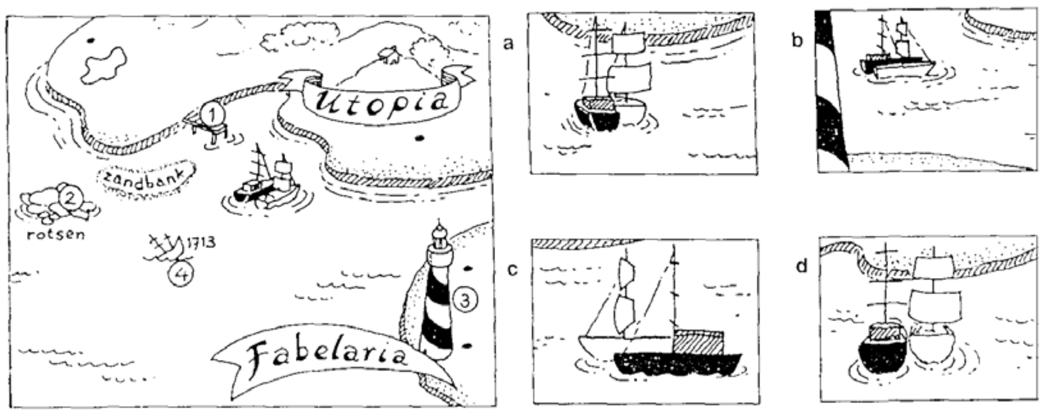
(uit: *De wereld in getallen*, groep 7, rekenboek b.)

250 : 5 =	120 : 6 =	$\boxed{65 \times 38 = 2470}$	$\boxed{48 \times 54 = 2592}$
25 : 5 =	12 : 6 =	64 × 38 =	47 × 54 =
2,5 : 5 =	1,2 : 6 =	65 × 39 =	48 × 55 =
0,25 : 5 =	0,12 : 6 =	66 × 38 =	50 × 54 =
0,025 : 5 =	0,012 : 6 =	65 × 19 =	49 × 54 =

3. Hoeveel gram krijg je nu? Teken zelf de stroken.
(uit: *De wereld in getallen*, groep 7, rekenboek b)



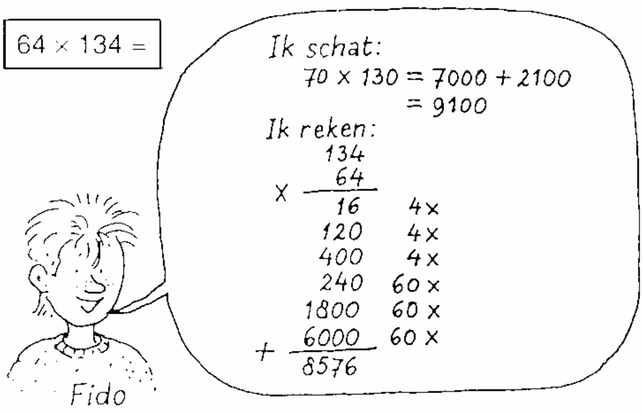
4. De kapitein.
(uit: *Pluspunt*, groep 7, lesboek)



5. Eerst schatten, dan uitrekenen.

(uit: *Pluspunt*, groep 7, lesboek)

$\boxed{64 \times 134 =}$



Nu jij:

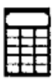
48 × 93 =

55 × 173 =

36 × 63 =

6. Kommagetallen vermenigvuldigen.

(uit: *De wereld in getallen*, groep 7, rekenboek b)



a Reken deze vermenigvuldigingen uit met je zakrekenmachine.

57 × 215 =	0,57 × 215 =	57 × 21,5 =	5,7 × 2,15 =
5,7 × 215 =	57 × 2,15 =	57 × 0,215 =	0,57 × 2,15 =

Bij welke sommen krijg je hetzelfde antwoord? Hoe kan dat?

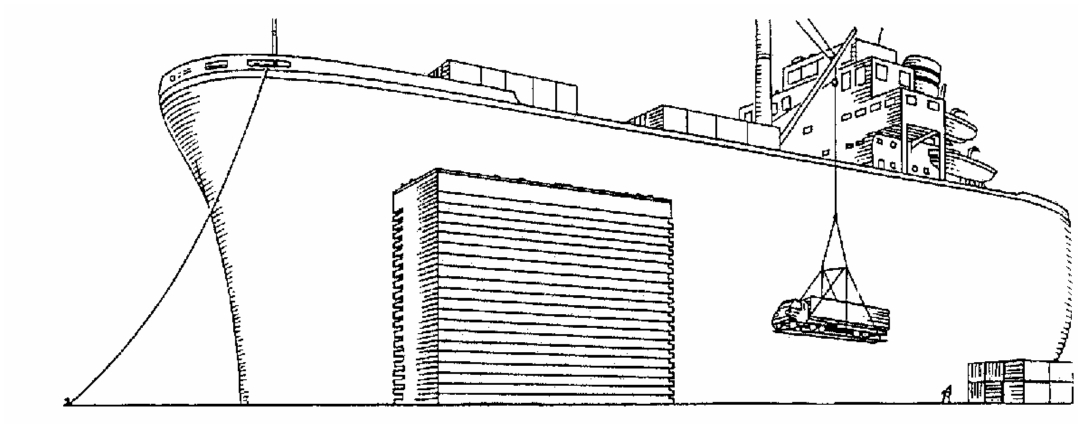
b Eén antwoord is al gegeven.
Kun jij de antwoorden van de andere twee sommen voorspellen?
Eerst proberen en dan controleren met je zakrekenmachine.

86 × 35 = 3010	46 × 58 = 2686	73 × 85 = 6205	89 × 115 = 10 235
8.6 × 35 =	0,46 × 58 =	0,73 × 85 =	8,9 × 11,5 =
8.6 × 3.5 =	4,6 × 5.8 =	0,73 × 0,85 =	89 × 0.115 =

7. Maar één van de antwoorden is goed. Eerst schatten, dan uitrekenen.
(uit: *De wereld in getallen*, groep 7, rekenboek b)

a $68 \times 74 =$	b $99 \times 95 =$	c $82 \times 115 =$	d $834 \times 40 =$	e $397 \times 205 =$
1 4232	**1** 9999	**1** 8 430	**1** 3 360	**1** 81 385
2 5032	**2** 9405	**2** 11 430	**2** 32 020	**2** 61 385
3 5632	**3** 995	**3** 9 430	**3** 33 360	**3** 9 925
f $398 + 479 =$	g $4641 + 7417 =$	h $4783 + 9790 =$	i $19 \times 53 =$	j $49 \times 61 =$
1 777	**1** 46 058	**1** 14 573	**1** 1207	**1** 2989
2 877	**2** 12 058	**2** 10 573	**2** 777	**2** 2509
3 977	**3** 39 058	**3** 14 750	**3** 1007	**3** 3519

8. Een containerschip.
(uit: *Pluspunt*, groep 8, lesboek)



Hoofdstuk 3 Hoofdrekenen

3.1 Hoe reken jij?

Los de opgaven op en noteer zo uitgebreid mogelijk hoe je gerekend hebt.

a. In een jerrycan zit $12\frac{3}{4}$ liter limonade. Je hebt glazen waarin $\frac{1}{4}$ liter gaat. Hoeveel glazen kun je met limonade volschenken?

b. Aan de Vierdaagse van Apeldoorn deden vorig jaar 2251 mensen mee. 1995 mensen hebben de tocht uitgelopen. Hoeveel uitvallers waren er?

c. Voor de trui die ik ga breien heb ik 12 bollen wol nodig. Eén bol kost € 2,95. Heb ik genoeg aan € 35?

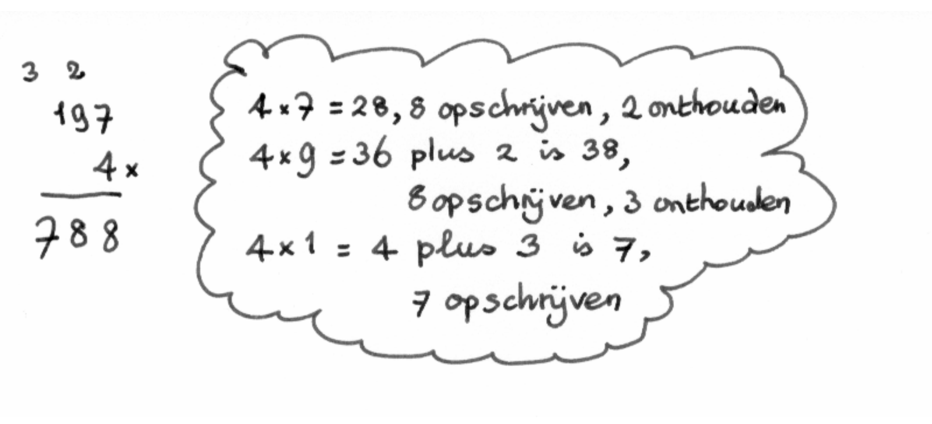
d. Voor een nieuw plafond heb ik 127 schrootjes nodig. De schrootjes worden verkocht in pakken van 6. Hoeveel pakken heb ik nodig?

e. Een fles wijn kost € 3,85. Hoeveel moet je betalen voor zes flessen?

3.2 Vier vormen van rekenen

Tegenwoordig kijkt men anders tegen hoofdrekenen aan dan vroeger. Hoofdrekenen is niet zozeer *rekenen-uit-het-hoofd*, maar meer *rekenen-met-het-hoofd*. Hoofdrekenen is *niet-cijferend* rekenen.
Er worden grofweg drie vormen van hoofdrekenen onderscheiden: hoofdrekenen volgens vaste procedures, handig en flexibel rekenen en schattend rekenen. Daarnaast is er het cijferen, dat dus niet onder hoofdrekenen valt. Later leer je meer hoe de overgang van het hoofdrekenen via het kolomsgewijs rekenen naar het cijferen kan plaatsvinden.
In *Hoofdrekenen toen en nu* van A. Treffers (uit Panama Cursusboek 9. Deskundigheid. Utrecht, 1990) wordt uitvoeriger beschreven wat men tegenwoordig onder hoofdrekenen verstaat. Treffers spreekt hierin over hoofdrekenen 1, 2 en 3. Het cijferen noemt hij daar hoofdrekenen 0.

A. Cijferen
Het rekenen gebeurt vooral met de cijfers van de getallen. De waarde van de getallen is bij cijferen niet van belang. Cijferen vindt doorgaans op papier (schriftelijk) plaats. Wanneer er zonder papier in het hoofd gecijferd wordt, lijkt het alsof er sprake is van hoofdrekenen. Omdat echter niet met getallen, maar met cijfers gerekend wordt, is dit niet het geval.



B. Hoofdrekenen volgens vaste procedures
Er wordt op een standaardmanier met getallen gerekend. Door de strakke vorm is het een vorm van hoofdrekenen die feitelijk volgens één standaardprocedure wordt uitgevoerd.

4 x 197 = 4 x 100 + 4 x 90 + 4 x 7;
4 x 100 = 400; 4 x 90 = 360; 4 x 7 = 28;
400 + 360 + 28 = 788.

C. Handig en flexibel rekenen
Er worden allerlei handigheidjes gebruikt die door de getallen of door de situatie waarin de opgave voorkomt, ontlokt worden. Er is sprake van veel meer variatie in het rekenen.

4 x 197 =   ;
4 x 200 = 800; 4 x 3 = 12.
800 – 12 = 788

D. Schattend rekenen
Er wordt schattend gerekend. Schattend rekenen kan voldoen, wanneer de situatie waarin de opgave voorkomt dit mogelijk maakt. Een situatie waarbij de opgave 4 x 197 voorkomt, kan zijn: *'Ik koop 4 zakken pinda's van € 1,97. Heb ik genoeg aan € 8,00?'*

4 x 197 is net iets minder dan 4 x 200 en dat is 800.
Ik heb dus genoeg aan € 8,00.

3.3 Welke vorm van rekenen is aan de orde? (1)

Hieronder zie je hoe kinderen de som 8 x 19 uit het hoofd hebben uitgerekend.

a. Analyseer hoe de kinderen gerekend hebben.

b. Typeer welke vorm van rekenen aan de orde is.

Leerling A

Uit het hoofd: 8 X 19 = 82 152

10x8=80
9x8=72
152

Leerling B

Uit het hoofd: 8 X 19 = 152

8
19 x
152

Leerling C

Uit het hoofd: 8 X 19 = 152

8x 20 = 160 – 8 = 152

Leerling D

Uit het hoofd: 8 X 19 = 152

10x19=190−2x19=
190−38=152

Leerling E

Uit het hoofd: 8 X 19 = 152

8x9=72 schrijf je 2 op en 7 onthouden dan 8x1=8 dan 8+7 die je had onthouden dat is 15 en dan die twee er achter dat is dus 152.

3.4 Welke vorm van rekenen is aan de orde? (2)

Hieronder zie je hoe kinderen de som 16 x 25 uit het hoofd hebben uitgerekend.

a. Analyseer hoe de kinderen gerekend hebben.

b. Typeer welke vorm van rekenen aan de orde is.

Leerling A

Uit het hoofd: 16 x 25 = 400

16x20=320 400
16x5 = 80

Leerling B

Uit het hoofd: 16 x 25 = 400

16
25 x
150
250 =400

Leerling C

Uit het hoofd: 16 x 25 = 230

10x20= 200
6x5= 30
230

Leerling D

Uit het hoofd: 16 x 25 = 400

4 x 4 = 16
4 x 25 = 100
4 x 100 = 400

Leerling E

Uit het hoofd: 16 x 25 = 400

20 x
8 x 25 = 200
200 x 2 = 400

Leerling F

Uit het hoofd: 16 x 25 = 400

10 x 25 = 250
6 x 25 = 150
250 + 150 = 400

Leerling G

Uit het hoofd: 16 x 25 =

20 x 25 = 500
4 x 25 = 100

500
100 -
400

Leerling H

Uit het hoofd: 16 x 25 = 400

25
16
30
120
280
samen 400

3.5 Welke vorm van rekenen is aan de orde? (3)

Hieronder zie je hoe kinderen de som 192 : 8 uit het hoofd hebben uitgerekend.

a. Analyseer hoe de kinderen gerekend hebben.

b. Typeer welke vorm van rekenen aan de orde is.

Leerling A

Uit het hoofd: 192 : 8 = 24

~~20 x 8 = 160~~
~~32 x 8 = 4~~ = 24

Leerling B

Uit het hoofd: 192 : 8 = 24

192
80 10x
112
enz

Leerling C

Uit het hoofd: 192 : 8 = 24

Hoeveel 8 op de 19 past dat is 2 dan in mijn hoofd aftrekken dan blijft er 3 over dan moet je die 2 erbij halen dus dan word het 32 dan kijken hoeveel 8 op de 32 past dat is 4 keer en dan weer aftrekken dan hou je nul over.

Leerling D

Uit het hoofd: 192 : 8 =

192
80
104
80
24
24
00

10
10
4
24

Leerling E

Uit het hoofd: 192 : 8 = 23

je doet ~~20~~ 10 keer dan kom je op 112 dan doe je nog een keer ~~10~~ dat is 32 dan doe je het 1 keer dat is 24 dan doe je het nog een keer 1 keer. dan heb je 16 en nog een keer is 8 en dan nog een keer 1.

Leerling F

Uit het hoofd: 192 : 8 = 24

160 ÷ 8 = 20
32 : 8 = 4 = 24

Leerling G

Uit het hoofd: 192 : 8 =

200 : 8 = 25 − 1 = 24
8 : 8 = 1

3.6 Welke vorm van rekenen is aan de orde? (4)

Hieronder tref je van vijf kinderen het reken- en denkwerk aan bij de opgave

> **Janine rekent uit op haar zakrekenmachine 715,347 + 589,2 + 4,553 = 13091.**
> **Bij het opschrijven van het antwoord is ze de komma vergeten.**
> **Wat moet het antwoord zijn?**

Analyseer hoe de kinderen gerekend hebben.

a.

Schrijf op waarom je dat denkt. = 1309,1

715
589 +
1294

1294
4 +
1298

= 1309,1

b.

Schrijf op waarom je dat denkt.

1309,1
omdat het zeker 1000 is, en niet meer als 1500 is.

c.

Schrijf op waarom je dat denkt.

Omdat het een groot getal is

d.

Schrijf op waarom je dat denkt. ~~in totaal zijn er 3 achter de komma.~~ ~~715,347 + 589,200 + 4,553 = 1309,1~~
als je alles achter de komma optelt dan komt ...,100
Dat rond je af op 0,1 het antwoord is 1309,1

e.

Schrijf op waarom je dat denkt. omdat 715,347 + 589,2 = al 1304,547
1309,1

Hoofdstuk 4 Rekenen tot honderd

4.1 Eerst zelf proberen

Hieronder zie je twee opgaven die behoren tot het rekenen tot honderd.

I. 87 – 39 =

II. Het boek heeft 64 bladzijden.
Hans is op bladzijde 37.
Hoeveel bladzijden moet Hans nog lezen?

a. Los de opgaven op en noteer zo uitgebreid mogelijk hoe je de som hebt gerekend.

b. Vergelijk je oplossing en je denkstappen met die van een medestudent. Zie je overeenkomsten tussen beide oplossingen? Zie je verschillen? Beschrijf de overeenkomsten en verschillen zo nauwkeurig mogelijk.

Opgave II is een contextopgave. De kale rekensom die moet worden uitgerekend, is niet zichtbaar en moet zelf gevonden worden. Het antwoord van de kale rekensom moet tenslotte binnen de context begrepen worden.

c. Welke invloed heeft de context op hoe je hebt gerekend? Kun je een context verzinnen waarin dezelfde kale rekensom verscholen zit en die je op een heel andere manier oplost?

d. Bedenk een contextopgave bij opgave a. Los vervolgens de opgave binnen de door jou gemaakte context op. Beschrijf de steun die de context aan het rekenwerk kan geven.

4.2 Aanpakken bij het rekenen tot honderd

I. rijgen

35 + 47: 35 + 40 = 75; 75 + 7 = 82.
65 – 47: 65 – 40 = 25; 25 – 7 = 18.
65 – 47: 47 + 10 = 57; 57 + 8 = 65; 10 + 8 = 18.

II. splitsen

35 + 47: 30 + 40 = 70; 5 + 7 = 12; 70 + 12 = 82.
65 – 42: 60 – 40 = 20; 5 – 2 = 3; 20 + 3 = 23.
65 – 47: 60 – 40 = 20; 5 – 7 = 2 tekort; 20 – 2 = 18.

III. combinatie van rijgen en splitsen

35 + 47: 30 + 40 = 70; 75 + 7 = 82.
65 – 47: 60 – 40 = 20; 25 – 7 = 18.

IV. handig rekenen

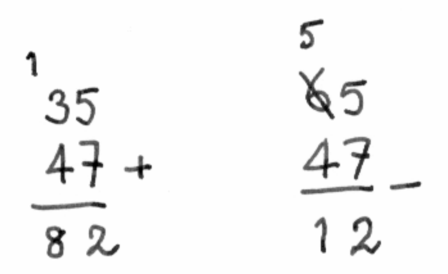
35 + 47: 35 + 50 = 85; 85 – 3 = 82.
35 + 47: 35 + 35 = 70; 70 + 12 = 82.
65 – 47: 65 – 50 = 15; 15 + 3 = 18.
65 – 47: 60 – 42 = 18.

De aanpakken I t/m IV zijn voorbeelden van hoofdrekenen.

Daarnaast gebruiken kinderen vaak een tellende of cijferende aanpak.

tellen
35 + 47: (35), 36, 37, 38, 39, … enz. tot 82.
65 – 47: (65), 64, 63, 62, 61, … enz. tot 18.

cijferen
35 + 47 en 65 – 47:



4.3 Leerlingenwerk

Hieronder zie je het leerlingenwerk van leerlingen uit de middenbouw van de basisschool. Ieder heeft steeds hetzelfde drietal opgaven gemaakt.

a. Bestudeer de uitwerkingen nauwkeurig en typeer per opgave welke van de zes hierboven onderscheiden aanpakken bij het rekenen tot honderd aan de orde zijn.

b. Probeer van iedere leerling een typering te geven op grond van de drie gemaakte opgaven.

Leerling A

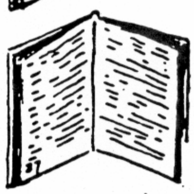
87 - 39 = 48

Schrijf op hoe je de som hebt uitgerekend.

eerst 80 - 30 toen 57 - 9 en dat = 48

Dit boek heeft 64 bladzijden.

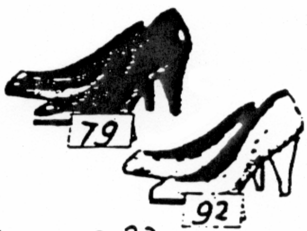
Hans is op bladzijde 37



Hoeveel bladzijden moet Hans nog lezen? ~~[illegible]~~ 27

Schrijf op hoe je de som hebt uitgerekend.

eerst 73 + 3 dat 40 toen 20 erbij toen de 4 er bij



Dit paar schoenen kost ƒ79.

Dit paar schoenen kost ƒ92

Hoeveel duurder is het tweede paar? 23

Schrijf op hoe je de som hebt uitgerekend.

eerst 1 erbij dat = 80 dan 10 erbij toen de 2 erbij dat = 2

Leerling B

87 - 39 = 52

Schrijf op hoe je de som hebt uitgerekend.

Eerst 80 - 30 = 50 en da 7 - 9 = 2

Dit boek heeft 64 bladzijden.

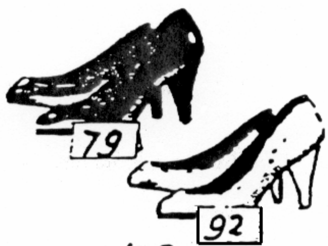
Hans is op bladzijde 37

Hoeveel bladzijden moet Hans nog lezen? .3.3..

Schrijf op hoe je de som hebt uitgerekend.

60 - 30 = 30(+) en dan 4 - 7 = 3

Dit paar schoenen kost ƒ79.



Dit paar schoenen kost ƒ92

Hoeveel duurder is het tweede paar? .(7.2.) 27

Schrijf op hoe je de som hebt uitgerekend.

7/ 90 - 70 = 20 en dan 9 - 2 = 7

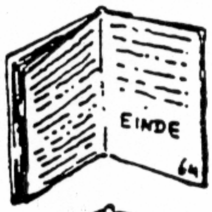
Leerling C

87 - 39 = 48

Schrijf op hoe je de som hebt uitgerekend.

Ik doe 87-30=57-9=48

Dit boek heeft 64 bladzijden.



Hans is op bladzijde 37

Hoeveel bladzijden moet Hans nog lezen? 27....

Schrijf op hoe je de som hebt uitgerekend.

37+20=57+7=64=27

Dit paar schoenen kost ƒ79.

Dit paar schoenen kost ƒ92

Hoeveel duurder is het tweede paar?.13...

Schrijf op hoe je de som hebt uitgerekend.

79+10=89+3=9=13

Leerling D

87 - 39 = 48

Schrijf op hoe je de som hebt uitgerekend.

ik doe eerst 80 min 30 DAT IS 50 en dan doe ik 7 min 9.
maar 7 min 9 kan niet dus word 50.40 dan kan je
7 min 9 wel doen, dus 87 - 39 = 48

Dit boek heeft 64 bladzijden.

Hans is op bladzijde 37

Hoeveel bladzijden moet Hans nog lezen? 27...

Schrijf op hoe je de som hebt uitgerekend.

ik doe eerst 30 + 30 dat is 60 dan doe ik 7 + 7 dat is
maar 14 is Boven de 10 dus één 30 word 20
dan kan je 7 + 7 wel doen (e) dus 37 + 27 = 64

Dit paar schoenen kost ƒ79.

Dit paar schoenen kost ƒ92

Hoeveel duurder is het tweede paar? 13..

Schrijf op hoe je de som hebt uitgerekend.

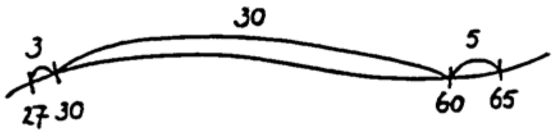
ik doe eerst 70 + 20 dat is 90 dan doe ik 9+
dat is 12 maar 12 is Boven de 10.
DUS WORDT 20 10 dan kan ik je wel 9+3 doen dc
79 + 13 = 92

4.4 Rijgen nader bekeken

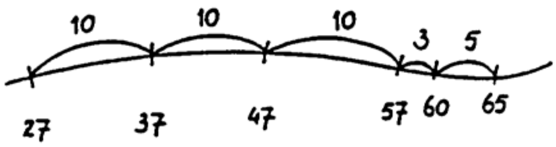
Bij het rekenen via de rijgmethode wordt in een optelling of aftrekking het eerste getal intact gelaten en wordt het tweede getal gesplitst. Dit wordt al of niet in delen (rijgend) aan het eerste getal toegevoegd of ervan afgehaald. De lege getallenlijn kan hierbij als ondersteunend model dienen. Het rijgen laat verschillende niveaus van oplossen toe, zoals hieronder duidelijk wordt. In de methode wordt aan de kinderen de gelegenheid gegeven verschillende manieren en niveaus van oplossen te hanteren. De leerkracht dient er nauwkeurig op toe te zien dat de kinderen op het juiste moment een verkorte aanpak gaan hanteren. Als een kind moeilijkheden krijgt, kan teruggevallen worden op een minder verkorte aanpak. In eerste instantie zal door alle kinderen de getallenlijn als visuele ondersteuning bij het rekenwerk gebruikt worden.

Zo kan de som 27 + 38 =   op verschillende niveaus opgelost worden:

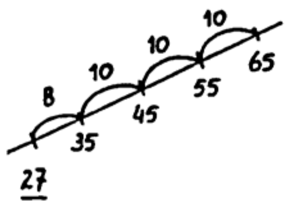
- 27 + 3 = 30
  30 + 30 = 60
  60 + 5 = 65



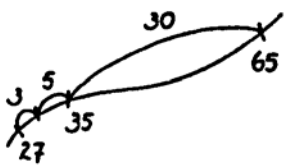
- 27 + 10 = 37
  37 + 10 = 47
  47 + 10 = 57
  57 + 3 = 60
  60 + 5 = 65



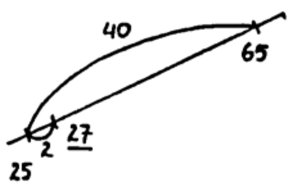
- 27 + 8 = 35
  35 + 10 = 45
  45 + 10 = 55
  55 + 10 = 65



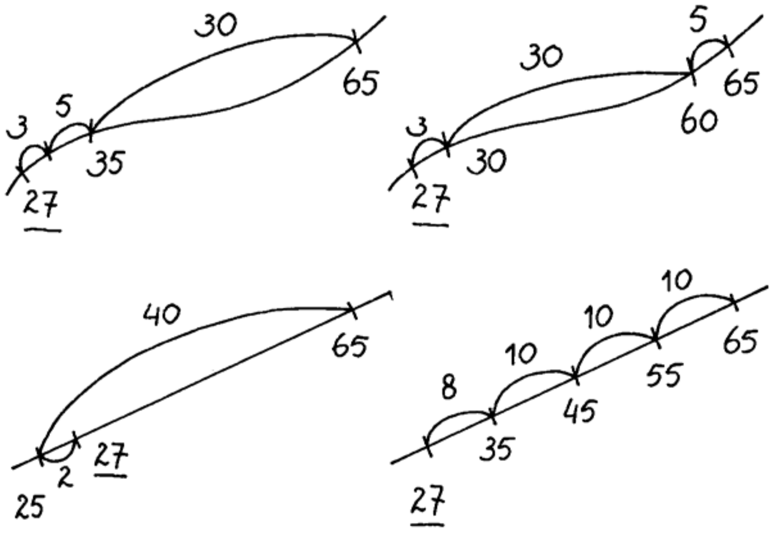
- 27 + 3 = 30
  30 + 5 = 35
  35 + 30 = 65



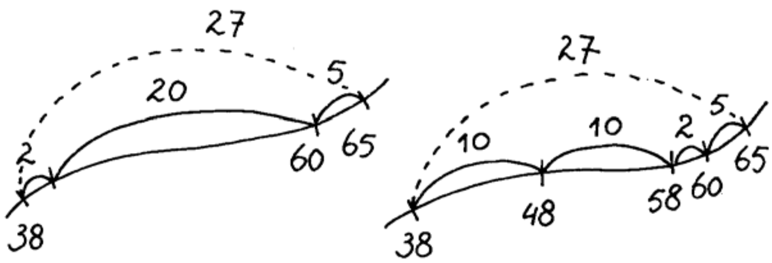
- 27 – 2 = 25
  25 + 40 = 65



Bij aftrekken wordt een soortgelijke werkwijze gevolgd. Bij de som 65 – 38 =   eerst 65 op de getallenlijn plaatsen en van daaraf 38, al dan niet verkort, terugtellen.



Je kunt de aftrekking 65 – 38 =   ook opvatten als het verschil tussen 65 en 38 ofwel als het overbruggen van de afstand tussen 38 en 65. Dan wordt er feitelijk vanaf 38 aangevuld tot 65. Ook nu zijn er weer verschillende oplossingen mogelijk:



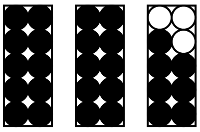
4.5 Splitsen nader bekeken

Naast rijgen kan bij het optellen en aftrekken onder de 100 ook voor een splitsende aanpak worden gekozen. Rijgen heeft (zeker in het begin) de voorkeur, maar op den duur moeten de leerlingen ook kennis gemaakt hebben met het splitsen.

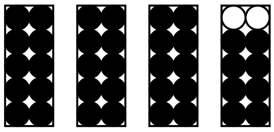
Bij het splitsen worden eerst de tientallen bij elkaar opgeteld of van elkaar afgetrokken en daarna de eenheden. Geld of eierdozen kunnen hierbij als ondersteuning gebruikt worden. Ook het MAB-materiaal is geschikt, hoewel dit steeds meer naar de achtergrond verdwijnt.

Als voorbeeld volgt hier het oplossen van de som 27 + 38 =   volgens de aanpak van splitsen aan de hand van het 'eierdozen'-model:

- 27 + 38 =

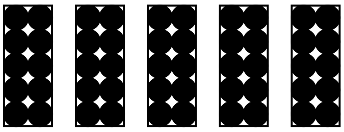


27

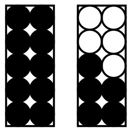


38

- 20 + 30 = 50



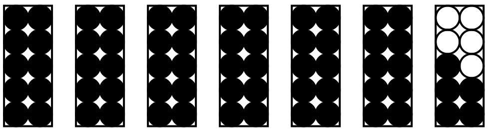
7 + 8 = 15



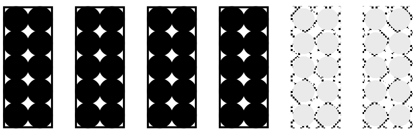
- 50 + 15 = 65

Ook het aftrekken kan splitsend worden aangepakt. Hieronder zie je hoe dit gaat aan de hand van de som 65 – 27 =   .

- 65



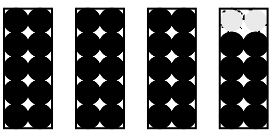
- 60 - 20 = 40



- 5 - 7 = 2 tekort

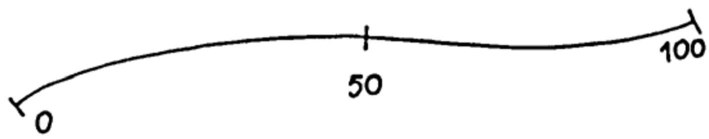
2 tekort

- 40 - 2 = 38



4.6 Zelf oefenen vanuit de denkwereld van een basisschoolleerling

a. Waar liggen 47, 98, 5, 75 en 25 ongeveer?



b. 47 + 38 =
- Los de som rijgend op en teken het rekenwerk op een lege getallenlijn.
- Geef verschillende manieren van oplossen.
- Los de som ook eens splitsend op. Teken het met geld of eierdozen erbij.

c. In een olievat zit 81 liter. Er stroomt 58 liter uit. Hoeveel liter zit er nog in?
- Teken de oplossing op een lege getallenlijn.
- Welke kale rekensom hoort bij deze situatie?
- Wat vind je van een splitsende aanpak bij deze som?

d. Ik ga met de fiets van Amsterdam naar Den Bosch. Dat is in totaal 82 kilometer. Ik heb al 58 kilometer afgelegd? Hoeveel kilometer moet ik nog?
- Teken de oplossing op een lege getallenlijn.
- Welke kale rekensom hoort bij deze situatie?

e. 92 – 89 =
- Teken de oplossing op een lege getallenlijn.

f. 83 – 18 =
- Teken de oplossing op een lege getallenlijn.
- Vergelijk deze som met die bij onderdeel d. Welke aftreksom deed je vanaf ‘het begin’ en welke vanaf ‘het eind’?

g. Maak de volgende sommen rijgend en splitsend
- 38 + 45 =
- 93 – 67 =

4.7 Samenvatting

Hoofdrekenen
Hoofdrekenen is inzichtelijk rekenen met getallen (en niet met cijfers) waarbij gebruik gemaakt wordt van parate kennis, relaties tussen getallen en eigenschappen van bewerkingen. Hoofdrekenen is niet hetzelfde als rekenen uit het hoofd. Er mogen best tussenberekeningen op papier worden gemaakt.

Rijgen
Bij het rekenen via de rijgmethode wordt in een optelling of aftrekking het eerste getal intact gelaten en wordt het tweede getal gesplitst. Dit wordt al of niet in delen (rijgend) aan het eerste getal toegevoegd of ervan afgehaald. De lege getallenlijn kan hierbij als ondersteunend model dienen.

Splitsen
- Bij het optellen:
  Bij de splitsmethode worden beide getallen in een optelling gesplitst in tientallen en eenheden. De tientallen worden samengenomen en de eenheden worden samengenomen. Vervolgens worden de tientallen en eenheden samengevoegd. Structuurmateriaal zoals MAB of geld kan hierbij als ondersteuning gebruikt worden.
- Bij het aftrekken:
  De splitsmethode kan bij het aftrekken maar in beperkte mate worden toegepast, of er moet met tekorten worden gerekend. Zo kan een opgave als 64 – 27 via de splitsmethode als volgt worden opgelost: 60 – 20 = 40; 4 – 7, dat is 3 tekort, dus 37 over.

Handig rekenen
Hieronder vallen die aanpakken waar bij het oplossen van opgaven handig gebruik gemaakt wordt van al aanwezige kennis, van relaties tussen getallen en eigenschappen van bewerkingen. Zie bijvoorbeeld de opgave 34 + 29 die uitgerekend wordt via 34 + 30 = 64 en dan 64 – 1 = 63. Of 34 – 19 = 35 – 20 = 15 (beide termen in de aftreksom worden met één verhoogd).

Cijferen
Cijferen is het receptmatig rekenen met cijfers, volgens een oplossingsmethode die opgebouwd is uit een vaste rij elementaire handelingen, die zeker tot het ene goede antwoord voert. Cijferen kan getypeerd worden als ‘rekenen onder elkaar’.

Rijgen en splitsen vergeleken

Rijgen
Rijgen is een aanpak die goed aansluit op tellend rekenen.
De (lege) getallenlijn is het ondersteunende model bij uitstek bij rijgen.
Rijgen is een aanpak waarbij verschillende oplosmethoden en verschillende manieren van verkorten toegelaten kunnen worden.
Bij rijgen blijven de getallen in hun waarde.
Bij rijgen wordt het werkgeheugen minder belast, als tussenantwoorden op bijvoorbeeld de lege getallenlijn genoteerd worden.

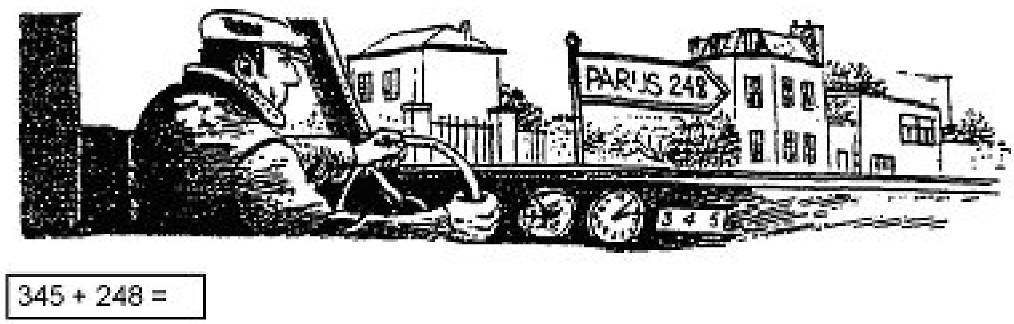
Splitsen
Bij opgaven zonder tientaloverschrijding (zoals 43 + 32 of 56 – 34) is splitsen een redelijk eenvoudige aanpak die kinderen graag gebruiken. Maar bij opgaven mét tientaloverschrijding (zoals 84 – 57) gaat er in het organiseren van het rekenwerk bij splitsen vaak veel mis. In dit soort gevallen heeft de aanpak van het rijgen de voorkeur. Zoals onder 3 al vermeld werd worden bij het splitsen eerst de tientallen bij elkaar opgeteld of van elkaar afgetrokken en daarna hetzelfde met de eenheden. In plaats van van rechts naar links te werken wordt bij splitsen van links naar rechts gewerkt. Het splitsend rekenen is vooral van belang, wanneer de structuur van de getallen in de opgaven een rol speelt bij het rekenwerk. Geld, materialen als eierdozen of MAB-materiaal kan als steun gebruikt worden. Merk op dat de (lege) getallenlijn geen ondersteuning biedt voor een splitsende aanpak.

Hoofdstuk 5 Van hoofdrekenen naar cijferen bij optellen en aftrekken Optellen en aftrekken met grote getallen

5.1 Rijgen en splitsen en handig rekenen

In het vorige hoofdstuk werden het *rijgen, splitsen,* een *combinatie van rijgen en splitsen* en *handig rekenen* als aanpakken bij het rekenen tot honderd behandeld. De vraag is in hoeverre deze hoofdrekenende aanpakken goed werken bij getallen die groter zijn dan 100. Dit vormt de kern van het onderzoek in dit hoofdstuk.

a.



- Los de som op via rijgen én via splitsen.
- Zijn deze manieren van hoofdrekenen haalbaar bij deze getallen groter dan 100?

b. 5879 + 4328 =

- Los de som op via rijgen én via splitsen.
- Stel je opnieuw de vraag: zijn deze manieren van hoofdrekenen haalbaar bij grote getallen?

c. 345 - 248 =

- Los deze *aftrek*som op via rijgen én via splitsen en doe wederom een uitspraak over de gebruikte manieren van hoofdrekenen.

d. 5468 - 3789 =

- Los deze *aftrek*som op via rijgen én via splitsen en doe nogmaals een uitspraak over de gebruikte manieren van hoofdrekenen.

e. Zie je mogelijkheden om onderstaande opgaven via handig rekenen op te lossen? Noteer je aanpakken.

- 468 + 189 =
- 5879 + 4328 =
- 345 - 248 =
- 5468 - 3789 =

f. Hoe los je de volgende sommen op?

- 548.785 + 339.089 =
- 234.658 – 187.965 =
- 563 + 42 + 895 + 1378 =

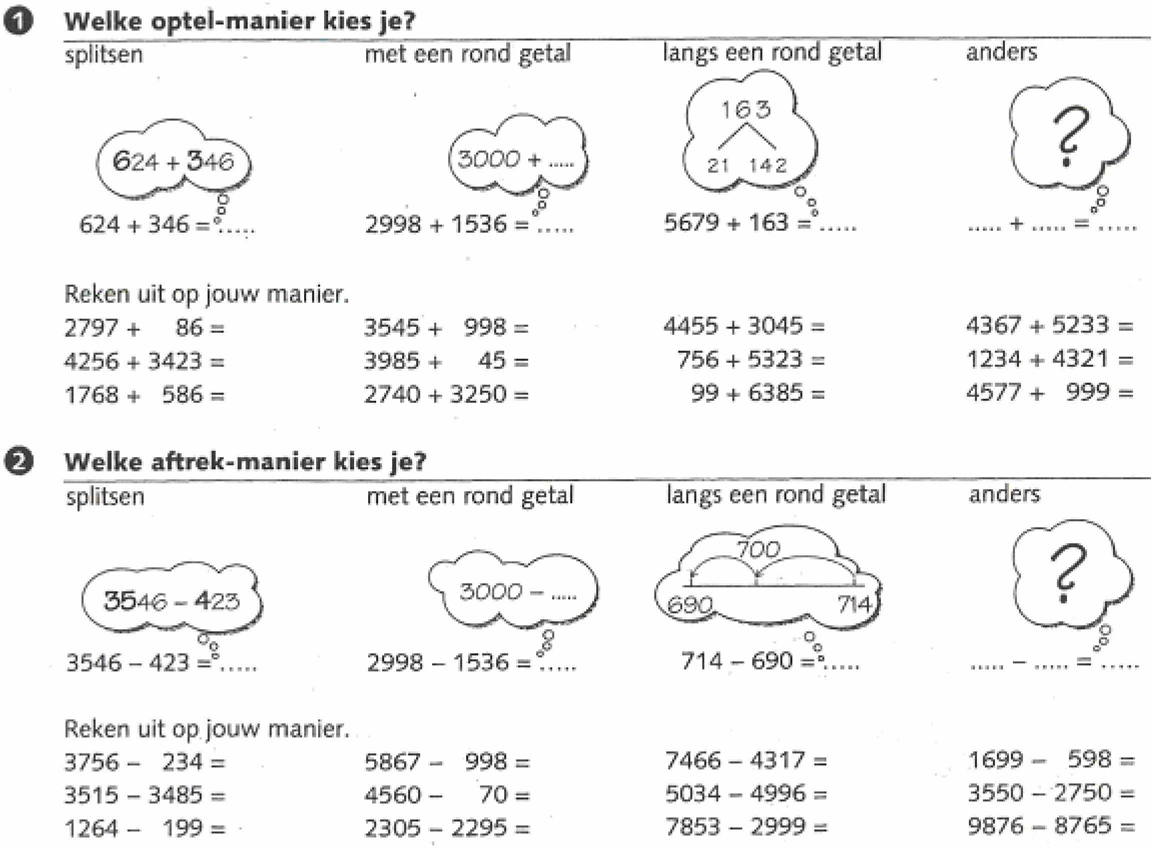
Voor grotere getallen is het cijferen een handige methode. Bij cijferen onder elkaar maakt het niet uit hoe groot het getal is. Je werkt per cijfer. Of het cijfer staat voor een eenheid of voor een miljoental, de “bewerking” is hetzelfde. Maar wie rekent dit soort sommen tegenwoordig nog uit zonder rekenmachine?

5.2 Optellen en aftrekken met grote getallen in twee reken-wiskundemethoden

Hieronder zie je twee werkbladen uit twee verschillende realistische reken-wiskundemethoden. Het eerste komt uit *Rekenrijk* en het tweede uit *Wis en Reken*.

- Neem de werkbladen nauwkeurig door. Probeer de gedachtegang van de auteurs te achterhalen. Wat wil men dat de kinderen leren en ontdekken?

Rekenrijk



1 Welke optel-manier kies je?

splitsen	met een rond getal	langs een rond getal	anders
624 + 346	3000 + ...	163 / 21 142	?
624 + 346 = ...	2998 + 1536 = ...	5679 + 163 = ...	..... + ... = ...

Reken uit op jouw manier.

2797 + 86 =	3545 + 998 =	4455 + 3045 =	4367 + 5233 =
4256 + 3423 =	3985 + 45 =	756 + 5323 =	1234 + 4321 =
1768 + 586 =	2740 + 3250 =	99 + 6385 =	4577 + 999 =

2 Welke aftrek-manier kies je?

splitsen	met een rond getal	langs een rond getal	anders
3546 – 423	3000 –	700 / 690 714	?
3546 – 423 = ...	2998 – 1536 = ...	714 – 690 = ...	..... – ..... = ...

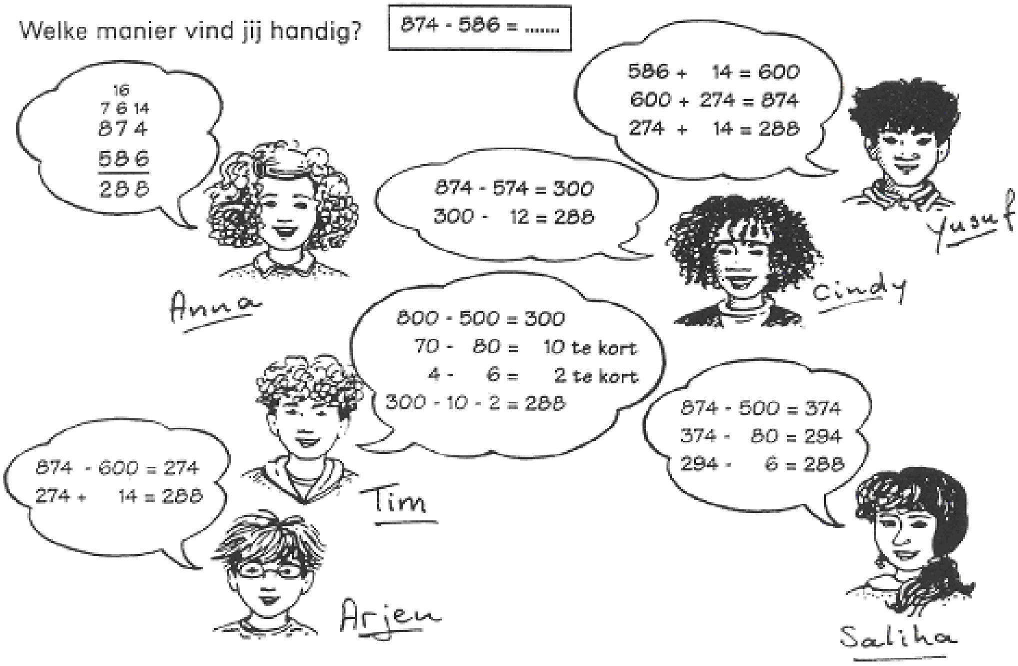
Reken uit op jouw manier.

3756 – 234 =	5867 – 998 =	7466 – 4317 =	1699 – 598 =
3515 – 3485 =	4560 – 70 =	5034 – 4996 =	3550 – 2750 =
1264 – 199 =	2305 – 2295 =	7853 – 2999 =	9876 – 8765 =

Wie rekent er handig?

Deze kinderen rekenen op verschillende manieren dezelfde som uit.

Welke manier vind jij handig? $\boxed{874 - 586 = ...}$



Leg uit hoe jij de sommen hieronder uitrekent.

603 - 594 = ...	800 - 104 = ...	1214 - 724 = ...
700 - 429 = ...	275 - 119 = ...	649 - 599 = ...
1305 - 510 = ...	322 - 144 = ...	1327 - 719 = ...

5.3 Kolomsgewijs rekenen en cijferen

In de meeste methoden leert men de leerlingen naast het hoofdrekenen ook cijferend optellen en aftrekken. Het splitsen bereidt de leerlingen dan voor op het cijferen. Hieronder volgt een schets van een mogelijke leerlijn.

Onderstaande opgave komt uit weer een andere realistische reken-wiskundemethode, te weten *Pluspunt*. De opgave is bestemd voor kinderen in groep 6.

- Welke som moet in de opgave worden opgelost?

- Los de opgave hoofdrekenend op en noteer hoe je gerekend hebt. Welke aanpak heb je gebruikt (rijgen, splitsen, een combinatie van rijgen en splitsen)?

- Welke aanpak wordt door de context opgeroepen?

In de methode wordt de kinderen geleerd het rekenwerk binnen de context ‘zegeltjes tellen’ te noteren met behulp van *positiestrepen*:

| 700 | 110 | 7 |

| 800 | 10| 7 |

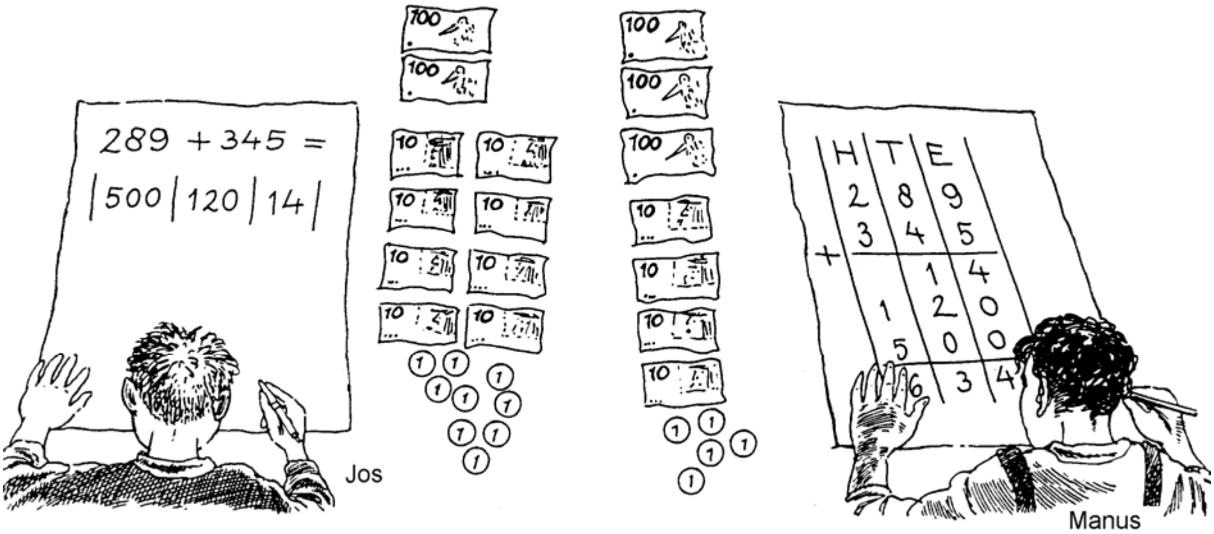
| 817 |

- Leg uit hoe je deze schematisering van het rekenen voor de kinderen betekenisvol kan maken.

Onderstaande opgave is eveneens uit de methode *Pluspunt* (groep 6) afkomstig. In de opgave kun je zien hoe de overgang van kolomsgewijs optellen naar cijferend optellen plaatsvindt.

Jos helpt Manus

Manus en Jos tellen het geld.
Hoeveel samen?



Reken uit op de manier van Manus.

336 + 483 =

	H	T	E
	3	3	6
	4	8	3
+			

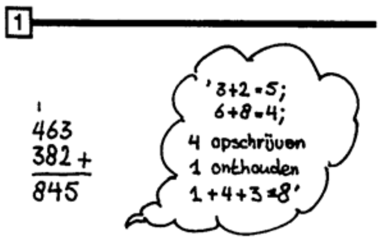
755 + 127 =

	H	T	E
	7	5	5
	1	2	7
+			

- Maak beide opgaven op de manier van Manus.

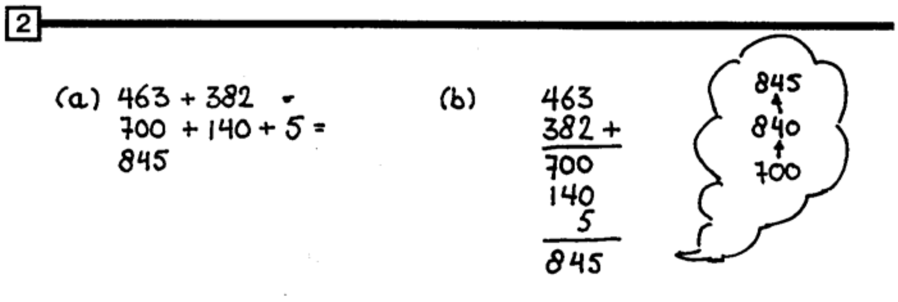
5.4 Reflectie: kolomsgewijs optellen

Cijferen is receptmatig rekenen met cijfers, bijvoorbeeld bij de optelsom 463 + 382:

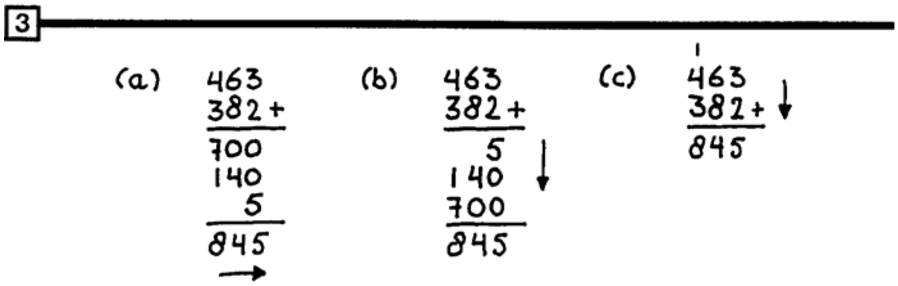


Cijferen past bij het opereren met relatief grote, hele getallen en veelcijferige kommagetallen waarmee niet eenvoudig en vlot uit het hoofd gerekend kan worden. Dat gebeurde althans vroeger zo, want tegenwoordig kan men daarvoor de rekenmachine gebruiken. Alleen zal men in het voorbeeld bij afbeelding 1 daartoe niet willen overgaan. Zelfs cijferen is hier discutabel. In ieder geval moeten leerlingen van groep 5 (6) een dergelijke opgave ook hoofdrekenend kunnen oplossen – zo luidt het algemene oordeel.

In afbeelding 2 zie je een aanpak die nauw aansluit op splitsend rekenen. Bij notatiewijze (b) spreekt men over kolomsgewijs rekenen, als tussenstap naar het 'echte' cijferend optellen. Kenmerkend voor het kolomsgewijs rekenen is niet zozeer de verticale schrijfwijze van de opgave, als wel de rekenwijze met positiegetallen, werkend van groot naar klein. Dit in tegenstelling tot cijferen, waar van klein naar groot met positiecijfers wordt geopereerd.

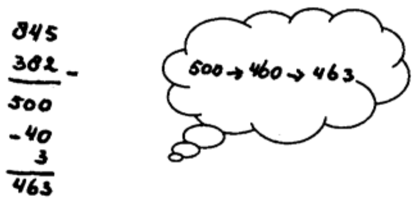


In afbeelding 3 zie je hoe het cijferend optellen opgevat kan worden als de ultieme verkorting van het kolomsgewijs optellen. De overgang van (a) naar (b) is niets anders dan een richtingverandering van het rekenen: niet links beginnen, maar rechts. En de transformatie van (b) in (c) bestaat voornamelijk uit het verkort kolomsgewijs uitrekenen van de deeluitkomsten per kolom. Hier vindt de overgang plaats van rekenen met positiegetallen ('700 + 140 + 5') naar positiecijfers ('2 + 3 = 5; 6 + 8 = 14; 4 opschrijven…').



5.5 Kolomsgewijs aftrekken

De eindvorm van kolomsgewijs aftrekken ziet er als volgt uit:



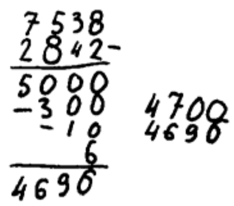
Net als bij het kolomsgewijs optellen kan het kolomsgewijs aftrekken het beste concreet binnen een geldcontext worden geïntroduceerd die het opereren met honderdjes, tientjes en euro's op een natuurlijke wijze uitlokt.

> **Hanneke had € 845 gespaard. Nu heeft ze € 382 uitgegeven voor een tweedehands racefiets. Hoeveel euro heeft ze nog over?**

a. Ga de rol van de context en het effect op de manier van rekenen na door bovenstaande contextopgave op te lossen.

De werkwijze kan ook bij moeilijker opgave worden toegepast.

b. Analyseer het rekenwerk van onderstaande leerling:



c. Maak, net als hierboven bij kolomsgewijs optellen is gedaan (bij afbeelding 3), de overgang duidelijk van kolomsgewijs aftrekken naar cijferend aftrekken.
Welke problemen zie je daarbij?

5.6 Cijferend aftrekken

Misschien heb je hierboven ontdekt dat het niet eenvoudig is om het cijferend aftrekken vloeiend uit het kolomsgewijs aftrekken te laten voort komen.
Wis en Reken introduceert het cijferend aftrekken via een verhaal van opa.

5.7 Optellen is gemakkelijker dan aftrekken

Aftreksommen kun je voor leerlingen vereenvoudigen door er optelsommen van te maken.

Het werkt als volgt:

- vul het getal dat je moet aftrekken aan tot 999
- tel het getal dat je nu gekregen hebt bij het grondgetal op
- tel de 1 die ervoor komt op bij het laatste cijfer.

Bijvoorbeeld:

$$\begin{array}{r} 531 \\ \underline{398} \; - \end{array}$$

vul het getal dat je moet aftrekken aan tot 999:

$$\begin{array}{r} 531 \\ \underline{601} \; + \end{array}$$

tel het getal dat je nu gekregen hebt bij het grondgetal op:

$$\begin{array}{r} 531 \\ \underline{601} \; + \\ 1132 \end{array}$$

tel de 1 die ervoor komt op bij het laatste cijfer: 133!

Probeer het zelf eens met de sommen

$\begin{array}{r} 973 \\ \underline{18} \; - \end{array}$	$\begin{array}{r} 878 \\ \underline{300} \; - \end{array}$	$\begin{array}{r} 352 \\ \underline{99} \; - \end{array}$

- Wat vind je van deze manier van ‘cijferend’ aftrekken?

Hoofdstuk 6 Van hoofdrekenen naar cijferen bij vermenigvuldigen en delen

6.1 Aanpak van kinderen bij een vermenigvuldigopgave

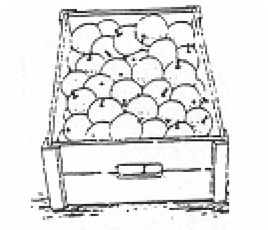
Hieronder tref je het leerlingenwerk aan van kinderen die zich met een vermenigvuldigopgave, gegeven binnen een context, hebben bezig gehouden. Het bekijken van dit leerlingenwerk dient om je een eerste indruk te geven van een mogelijke didactische aanpak voor het vermenigvuldigen met grote getallen.

a. Bekijk de context eerst goed zelf en los de achterliggende som op. Probeer een voorspelling te doen over hoe je denkt dat kinderen in de basisschool dit soort sommen aanpakken.

b. Bekijk het leerlingenwerk en probeer te achterhalen hoe de leerlingen gedacht hebben. Noteer wat je opvalt bij de aanpakken. Welke overeenkomsten zie je? Welke verschillen zie je?

c. Vergelijk voor zover mogelijk de niveauverschillen in de aanpakken van oplossen.

In elke kist zitten 65 appelen.
Ik heb 68 kisten.
Hoeveel appelen heb ik bij elkaar?



A. Ik heb het zo uitgerekend:

68 x 65 =
8 x 5 = 40
8 x 60 = 480
60 x 60 = 3600
66 x 5 = 300 +
4420

40
480
3600
300 +
4420

B. Ik heb het zo uitgerekend:

68 x 65 = 68 x 65 = 68 x 650
1500
520
2020 +

658 x
520

antwoord
2020

C. Ik heb het zo uitgerekend:

100 X 68 = 6800
50 X 68 = 3400
10 X 68 = 680
5 X 34 = 170

4250

D. Ik heb het zo uitgerekend:

65 x 70 = 650 x 6 = 3900

8

40

480

520 + = 4420

E. Ik heb het zo uitgerekend:

65

68

133

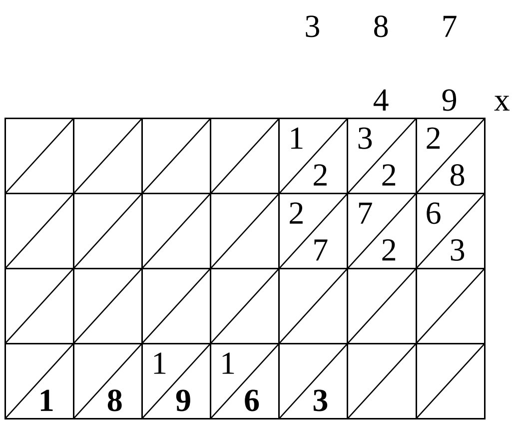
6.2 Enkele vaste procedures voor vermenigvuldigen met grote getallen

Door de eeuwen heen heeft men gezocht naar gemakkelijke manieren om grote getallen met elkaar te vermenigvuldigen. Wij geven hier enkele voorbeelden.

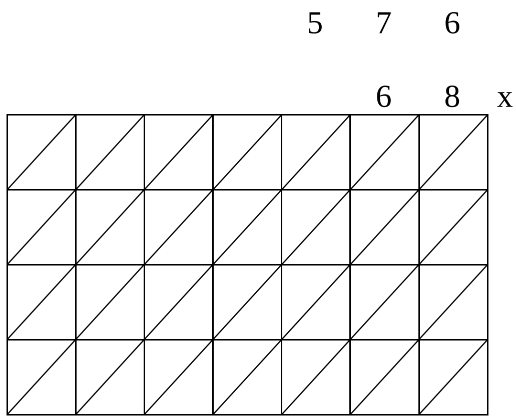
❖ **Multiplicare per gelosia**

Hieronder wordt de vermenigvuldigsom 387 x 49 =   opgelost.

- Begrijp je hoe het werkt?



- Doe het nog eens op deze manier, nu met de som 576 x 68 =   .



❖ **Russisch vermenigvuldigen**

Het Russisch vermenigvuldigen is gebaseerd op halveren en verdubbelen.
Bijvoorbeeld 83 x 154 =   gaat dan als volgt:

83 x 154	=		
		1 x 154 over:	*154*
82 x 154	=		
41 x 308	=		
		1 x 308 over:	*308*
40 x 308	=		
20 x 616	=		
10 x 1232	=		
5 x 2464	=		
		1 x 2464 over:	*2464*
4 x 2464	=		
2 x 4928	=		
1 x 9856	=		
		1 x 9856 over:	*9856*
		Totaal:	***12782***

- Kun je uitleggen hoe het algoritme werkt?

- Probeer op de Russische manier: 63 x 352 =   .

❖ Ons standaardalgoritme

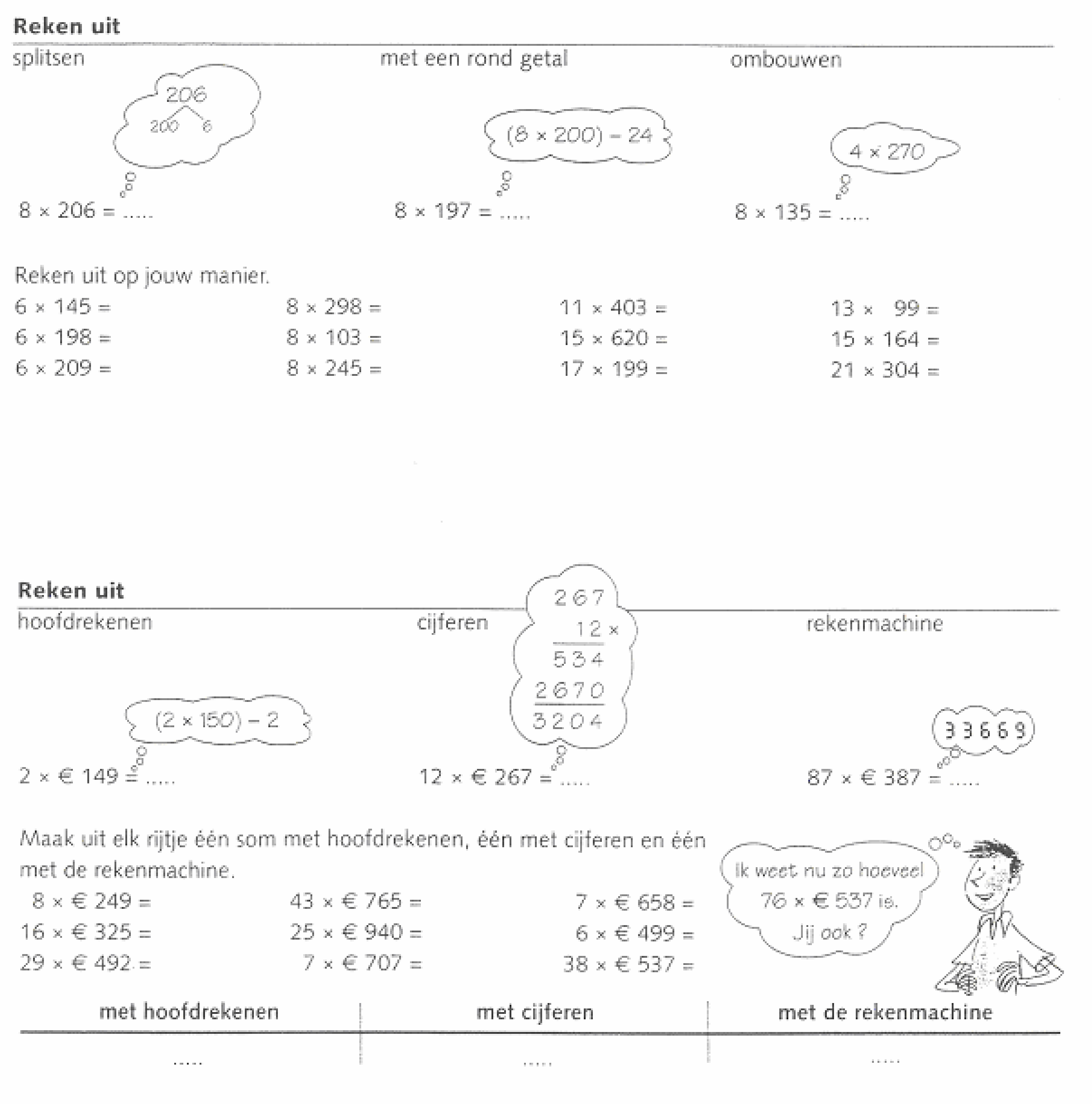
Velen van ons hebben onderstaande manier van vermenigvuldigen geleerd. Eerder heb je kunnen zien hoe dit algoritme vroeger aangeleerd werd. Kwamen de *Multiplicare per gelosia* en het *Russisch vermenigvuldigen* je wellicht vreemd en trucmatig over en leek het lastig te *begrijpen* hoe ze werkten, het standaardalgoritme zoals hieronder komt je zeer waarschijnlijk bekend en vertrouwd over.

Ons standaard algoritme	Probeer ook op deze manier
352	467
63 x	35 x
1056	
2112 .	
22176	

- Kun je uitleggen hoe dit algoritme precies werkt? Met andere woorden: *begrijp* je hoe het algoritme werkt?

6.3 Hoofdrekenen of cijferen bij vermenigvuldigen

Bij een opgave als 25 x 199 kan men kiezen voor splitsend (kolomsgewijs) of cijferend vermenigvuldigen, maar handig rekenen ligt hier meer voor de hand. In moderne methoden worden de leerlingen vooral geleerd om goed te kijken naar de getallen en dan voor een bepaalde aanpak te kiezen. Hieronder een voorbeeld uit de methode *Rekenrijk*.



Reken uit

splitsen

206
200 6

8 × 206 = ...

met een rond getal

(8 × 200) – 24

8 × 197 = ...

ombouwen

4 × 270

8 × 135 = ...

Reken uit op jouw manier.

6 × 145 =	8 × 298 =	11 × 403 =	13 × 99 =
6 × 198 =	8 × 103 =	15 × 620 =	15 × 164 =
6 × 209 =	8 × 245 =	17 × 199 =	21 × 304 =

Reken uit

hoofdrekenen

(2 × 150) – 2

2 × € 149 = ...

cijferen

267
12 ×
534
2670
3204

12 × € 267 = ...

rekenmachine

33669

87 × € 387 = ...

Maak uit elk rijtje één som met hoofdrekenen, één met cijferen en één met de rekenmachine.

8 × € 249 =	43 × € 765 =	7 × € 658 =
16 × € 325 =	25 × € 940 =	6 × € 499 =
29 × € 492 =	7 × € 707 =	38 × € 537 =

Ik weet nu zo hoeveel 76 × € 537 is. Jij ook ?

met hoofdrekenen	met cijferen	met de rekenmachine
.....	.....	.....

a. Kies jouw manier en los op:

- 25 x 299 =
- 22 x 357 =
- 24 x 175 =

6.4 Van hoofdrekenend vermenigvuldigen naar cijferend vermenigvuldigen

In de huidige methoden leert men het vermenigvuldigen met grote getallen aan vanuit het hoofdrekenen volgens vaste procedures (zie hoofdstuk 3).

7 x 163 = 7 x 100 + 7 x 60 + 7 x 3 = 700 + 420 + 21 = 1141.

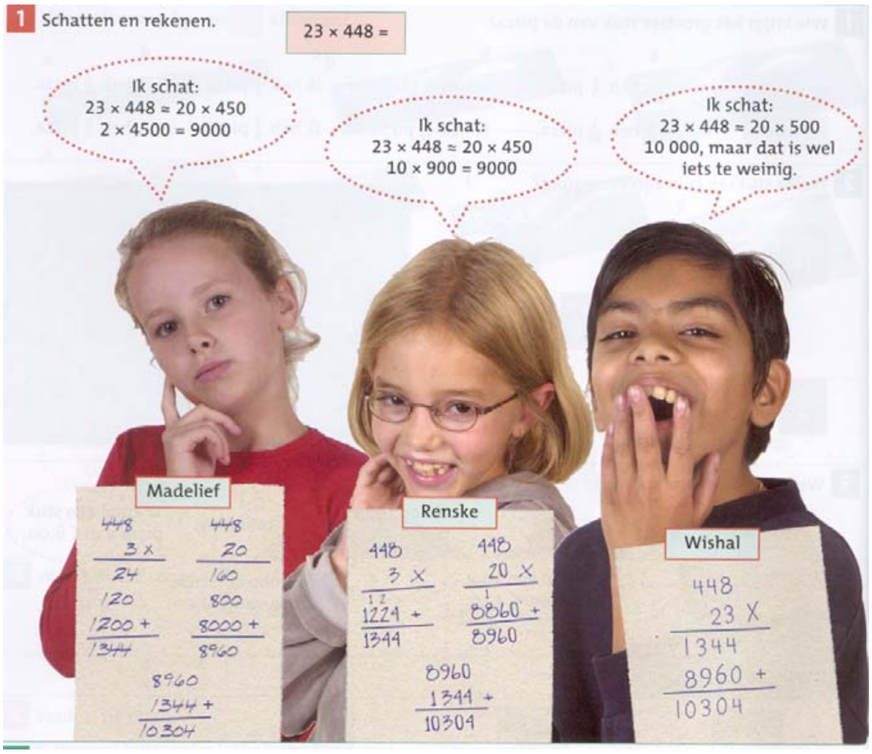
De getallen waarmee vermenigvuldigd wordt, worden gesplitst en 'in stukjes' met elkaar vermenigvuldigd.

Bij kolomsgewijs vermenigvuldigen worden de getallen in plaats van naast elkaar in kolommen onder elkaar geplaatst. De eindvorm van het elementaire kolomsgewijs vermenigvuldigen ziet er als volgt uit:

a. Bedenk zelf een contextopgave waarin bovenstaande vermenigvuldigsom voorkomt en die een aanpak van kolomsgewijs vermenigvuldigen uitlokt.

b. Leg in eigen woorden uit waarom hier sprake is van kolomsgewijs vermenigvuldigen en niet van cijferend vermenigvuldigen.

Hieronder zie je de overgang van kolomsgewijs vermenigvuldigen naar cijferend vermenigvuldigen uit de methode *Alles Telt*.



c. Los de som 243 x 458 = op de manier van Madelief, Renske en Wishal op. Op welk moment vindt volgens jou de overgang plaats van hoofdrekenen naar cijferen?

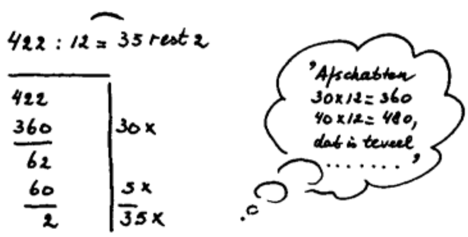
d. Vind je dat alle leerlingen het niveau van Wishal moeten bereiken? Licht toe.

Het zal duidelijk zijn dat in de leerlijn veel aandacht wordt besteed aan het inzichtelijk leren rekenen met nullen. We zien veel hoofdrekenopgaven als 20 x 8, 20 x 40 en 20 x 400.

e. Bedenk een context bij de opgave 20 x 400= . Laat zien hoe je binnen die context inzichtelijk kunt maken dat 20 x 400 = 2 x 4000 = 8000.

6.5 Kolomsgewijs delen

De eindvorm van het elementaire kolomsgewijs delen ziet er als volgt uit:



Leerlingen worden in groep 6 en 7 geleidelijk aan gebracht naar deze eindvorm. Dit gaat volgens een didactiek die in de moderne (realistische) methoden ook wel *progressieve schematisering* wordt genoemd. Bij dit proces wordt aan het begin van de leergang uitgegaan van contextsituaties die op concreet niveau worden aangepakt. Gaandeweg wordt het delen steeds meer geschematiseerd en verkort. Uiteindelijk wordt dan de eindvorm als hierboven bereikt, zij het niet voor alle leerlingen en niet op hetzelfde moment. Tijdens het gehele proces blijft het rekenen voor de kinderen betekenisvol door te werken vanuit herkenbare deelsituaties.

Aan de hand van twee voorbeelden wordt de leergang nader toegelicht.

Voorbeeld 1
De leergang wordt gestart met opgaven die als context fungeren om het kolomsgewijs delen betekenis te geven.

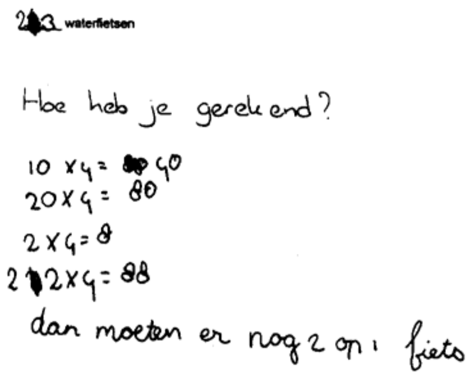
Er gaan 90 kinderen waterfietsen. Op één waterfiets mogen vier kinderen. Hoeveel waterfietsen moeten er gehuurd worden?

a. Welke aanpakken verwacht je bij kinderen die nog aan het begin staan van de leergang?

De context ‘waterfietsen’ kan functioneren als modelcontext voor het kolomsgewijs delen.

b. Wat zal men hiermee bedoelen?

c. Een leerling heeft bovenstaande opgave gemaakt. Analyseer het leerlingenwerk.



Het rekenwerk kan in het geval van het bovenstaande voorbeeld verder geschematiseerd worden:

	90 lln	
	40 lln met 10 fietsen	
over	50 lln	
	40 lln met 10 fietsen	
over	10 lln	
	8 lln met 2 fietsen	
over	2 lln	
	2 lln met 1 fiets	
	0	23 fietsen

90 : 4 =

90	
40	10 fietsen
50	
40	10 fietsen
10	
8	2 fietsen
2	
2	1 fiets
0	23 fietsen

Voorbeeld 2
Aan de hand van onderstaande opgave laten we zien hoe de verschillende fasen in het schematiserings- en verkortingsproces er uit kunnen zien.

Twaalf leden van een sportteam gingen uit eten. Dat kostte in totaal € 420. Ieder betaalt evenveel. Hoeveel is dat?

A.

10 euro's x 12 = 120 euro's
20 euro's x 12 = 240 euro's
*30 euro's x 12 = 360 euro's
* 5 euro's x 12 = 60 euro's
35 euro's x 12 = 420 euro's

B.

420 : 12 = 35

420	
240 -	20x
180	
120 -	10x
60	
60 -	5x
0	35x

12

1	12
2	24
4	48
8	96
10	120
5	60

C.

420 : 12 = 35

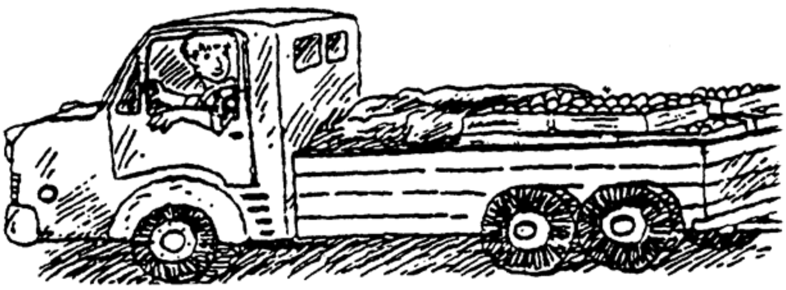
420	
360	30
60	
60	5
0	

d. Beschrijf hoe het rekenwerk in A, B en C in zijn werk gaat. Welke verschillen in niveaus constateer je?

6.6 Leerlingenwerk analyseren

Aan kinderen werd gevraagd de volgende opgave op te lossen:

Op de vrachtauto passen 43 kisten. Er staan 2982 kisten.
Hoeveel keer moet de vrachtauto rijden?



Hieronder zie je het werk van zes leerlingen die een opgave waarin gedeeld wordt, hebben opgelost.

a. Analyseer het leerlingenwerk door precies na te gaan hoe er gerekend is.

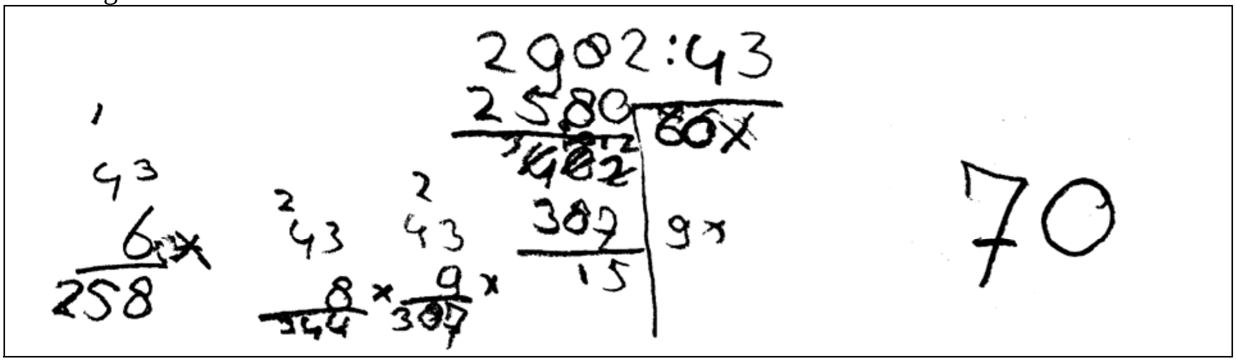
b. Doe een uitspraak over het niveau waarop de leerling gewerkt heeft.

Leerling A

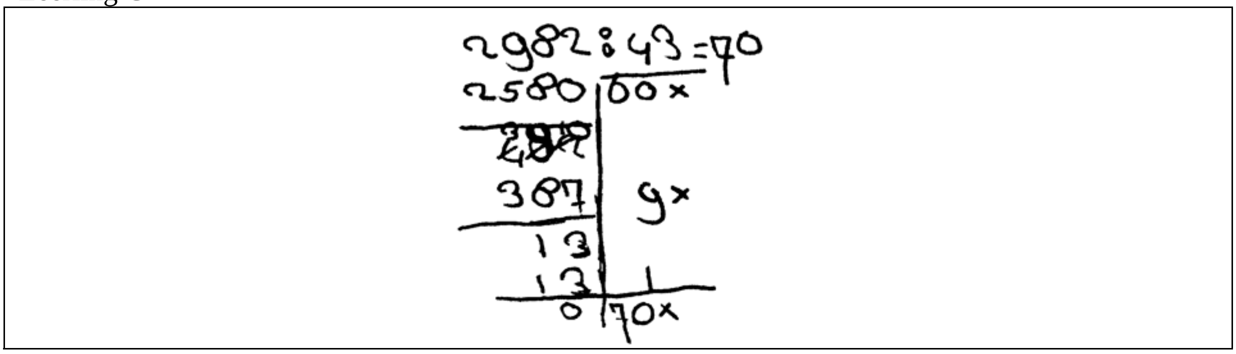
2982:43=

43/2982\69 rest 15
860-20
2122
860-20
1262
860-20
402
215-5
187
86-2
101
86-2
15
+
69

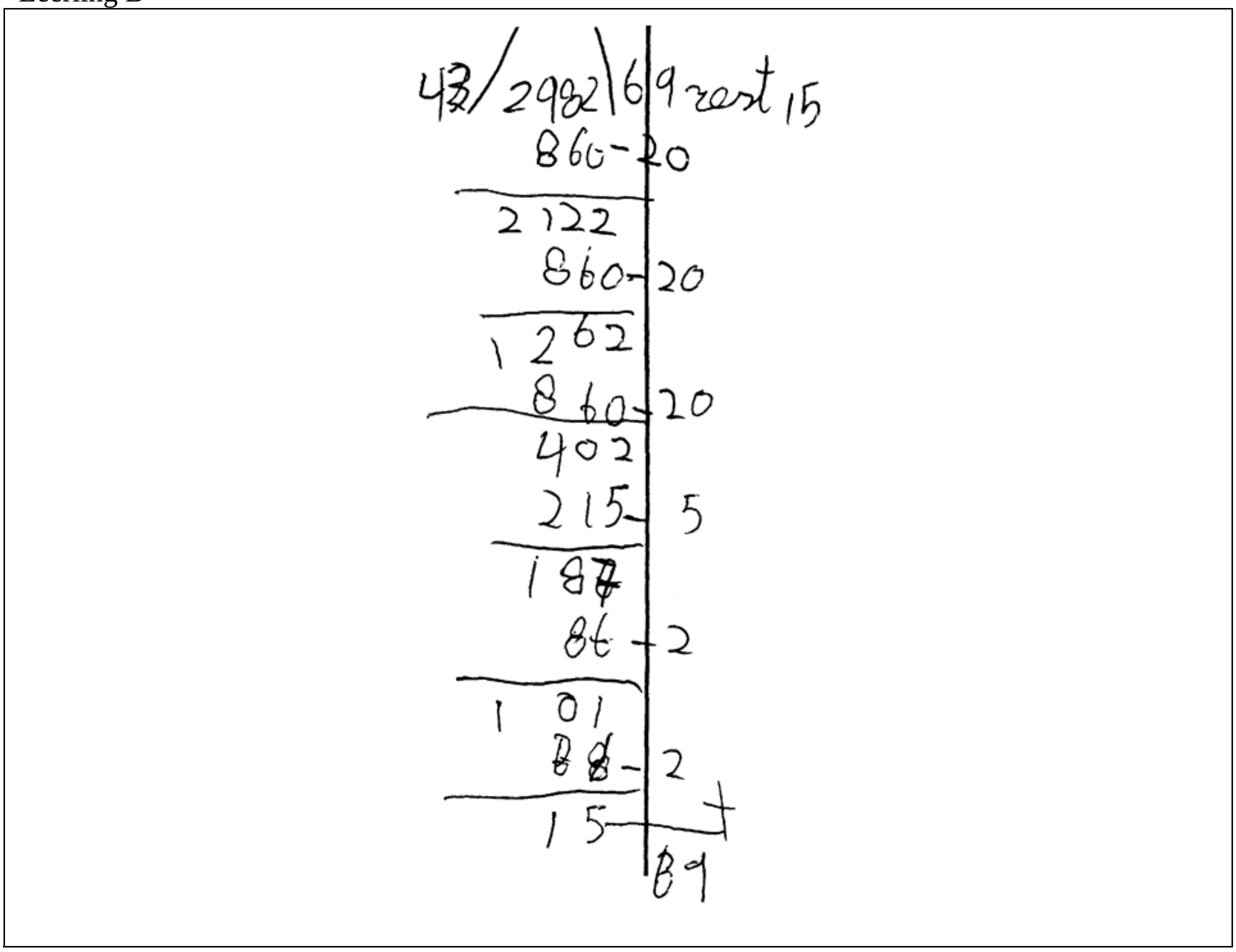
Leerling B



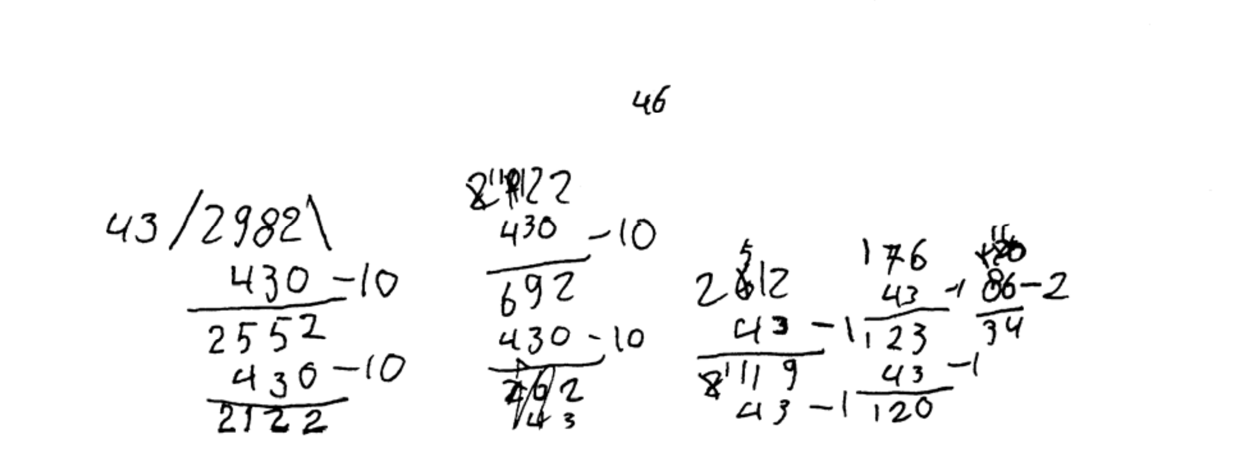
Leerling C



Leerling D



Leerling E


46
43 / 2982 \
430 -10
2552
430 -10
2122
430 -10
692
430 -10
430 -10
43 -1
43 -1
43 -1
43 -1
123
120
86 -2
34

6.7 De oude manier van staartdeling en de moderne staartdeling met elkaar vergeleken

Hieronder zie je de opbouw van het cijferend delen zoals dat vroeger aangeleerd werd in de (inmiddels niet meer op de markt verkrijgbare) methode *Naar Zelfstandig Rekenen*. Tussen elke leerstap kregen de leerlingen enkele bladzijden vol met sommen waarmee ze die stap konden oefenen.

Stappen bij het aanleren van de oude manier van staartdelen uit *Naar Zelfstandig Rekenen*.

- **Stap 1**

8		9	
- 2	4 x keer aftrekken	- 3	3 x aftrekken
6		6	
- 2		- 3	
4		3	
- 2		- 3	
2		0	
- 2			
0			

Som 1 kan veel korter. We zeggen: hoeveel maal gaat 2 op de 8, of hoeveel maal kan ik 2 van 8 afnemen?
Dat gaat 4x

We schrijven het zo op en zeggen 4 x 2 = 8. Die trekken we af van de 8 tussen strepen. Dit noemen we **delen**.	2 / 8 \ 4x 8 0

3 / 9 \ 3x	Hoeveel gaat 3 op de 9? 3x
9	De 3 zetten we achter de streep.
0	We trekken de 9 af van de 9 tussen de strepen.

- **Stap 2**

Nu gaan we het weer korter maken.

2 / 2 4 \ 1 2	We delen eerst de 2 op de 22
2	Dat gaat 1 x. Opschrijven 1
4	Dan delen we de 2 op de 4. *Die zetten we 2*
4	*regels lager en noemen het bijhalen.*
0	2 op de 4 gaat 2 x. Opschrijven 2

3 / 3 6 \ 1 2	Eerst 3 op de 3. Gaat 1 x. Opschrijven 1
3	*Dan 6 bijhalen.* 3 op de 6 gaat 2 x .
6	Opschrijven 2
6	
0	

❖ Stap 3

2 / 1 2 \ 6	2 op de 1 gaat niet.
	2 op de 12 gaat 6 x

2 / 1 2 0 0 \ 6 0 0	2 op de 12 gaat 6 x , opschrijven 6
1 2	2 op de 0 gaat 0 x , opschrijven 0
0	2 op de 0 gaat 0 x , opschrijven 0
0	
0	
0	
0	

2 / 1 2 4 6 \ 6 . .	2 op de 12 gaat 6 x
1 2	Achter de 6 zet je 2 puntjes, omdat je nog twee keer een cijfer moet bijhalen.
2 / 1 2 4 6 \ 6 2 3	Wij krijgen dus een antwoord van 3 cijfers
1 2	
4	
4	
6	
6	
0	

❖ Stap 4

5 / 4 0 5 \ 8 1	5 op de 4 gaat niet
4 0	5 op de 40 gaat 8 x
5	5 bijhalen
5	5 op de 5 gaat 1 x
0	

❖ Stap 5

Deze delingen zijn moeilijker.

2 / 1 5 6 \ 7 8	2 op de 1 gaat niet
1 4	2 op de 15 gaat 7 x, want 7 x 2 = 14
1 6	Dat kan nog net van 15 af (8 x 2 gaat niet).
1 6	Aftrekken. Blijft 1 over. Nu 6 bijhalen en de 6 naast de 1 zetten.
0	2 op de 16 gaat 8 x, want 8 x 2 = 16
	Aftrekken. Over 0

❖ **Stap 6**

2 1 / 1 4 9 1 \ 7	Je kijkt naar de 2. 2 op de 1 gaat niet.
1 4 7	2 op de veertien gaat 7 x
2 1	7 x 21 = 147
2 1 / 1 4 9 1 \ 7 1	Nu gaat het nog 1 x
1 4 7	
2 1	
2 1	
0	

❖ **Stap 7**

3 2 0 / 9 3 8 7 5 \ 2 . .	3 op de 9 gaat ..... 3 x ?
6 4 0	*Mis!* 3 x 320 = 960
2 9 8 7	Dus 2 x 2 x 320 = 640
2 8 8 0	3 op de 29 gaat 9 x
1 0 7 5	9 x 320 = 2880
9 6 0	3 op de 10 gaat 3 x
rest 1 1 5	3 x 320 = 960
	Bij de volgende deling goed uitkijken.

- Doe uitspraken over de verschillen tussen de oude manier van staartdelen en de manier waarop deze tegenwoordig in het onderwijs aan de orde komt toegespitst op
  - de keuze van de getallen bij de opbouw
  - de rol van de leerkracht en de inbreng van de leerlingen bij het oplossingsproces
  - de verschillen die tussen leerlingen kunnen optreden bij de ene en bij de andere aanpak.

In hoofdstuk 1 werd je eerder gevraagd aan de hand van een opgave uit een basisschoolmethode de cursiveringen in de volgende zin over realistisch rekenen en wiskunde toe te lichten: het gaat niet om *het imiteren van onbegrepen trucjes*, maar om *het ontwikkelen van rekenkundige en wiskundige kennis* op basis van *eigen construerende activiteit* geleid door *gezond verstand*.

- Doe hetzelfde nu nogmaals, dit keer toegespitst op de hierboven geschetste leerlijn van de verouderde leerlijn van het staartdelen.

Hoofdstuk 7 Schattend rekenen

7.1 Drie schatproblemen

Uit: Gribling, S. (eindredactie), R. Keijzer, W. Vermeulen & W. Faes (1994). *De Schatkamer, activiteiten voor schattend rekenen*. Apeldoorn: Van Walraven

A. Wachten op je beurt

Bij de bakker wordt op een zaterdagmorgen vlak voor Kerstmis geholpen door drie mensen.

a. Hoelang moet je ongeveer wachten?

Bij een pinautomaat staat een rij van twintig meter.

b. Hoelang zal het duren voor je aan de beurt bent?

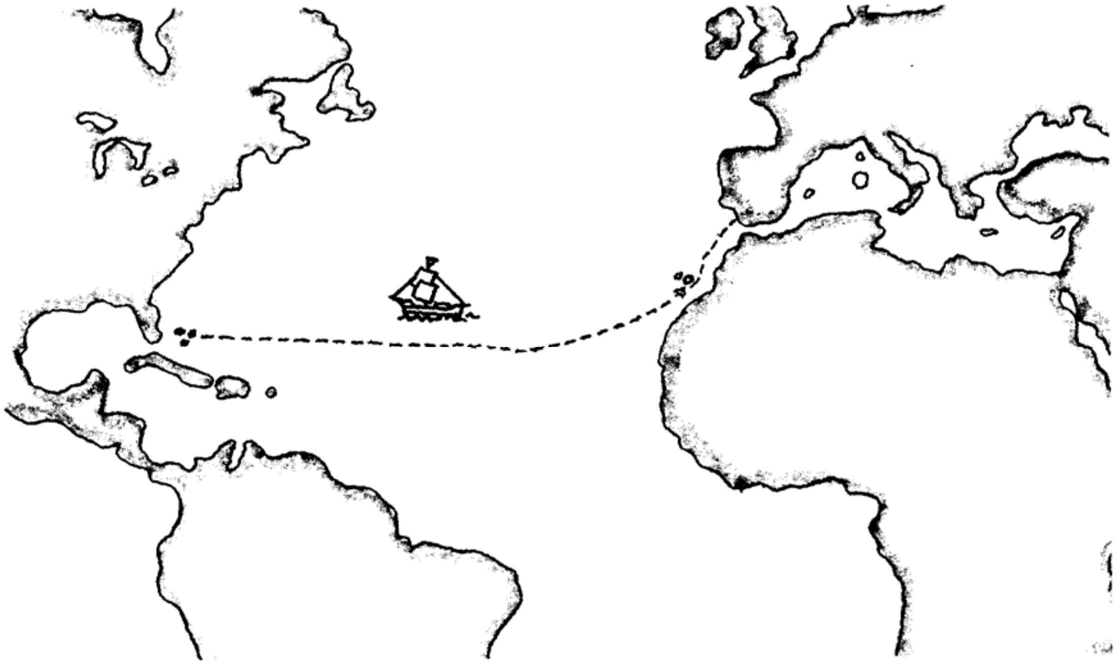
B. Met de trein

Een voordeel van het spoor is, dat een spoorbaan minder beslag legt op ruimte dan een verkeersweg, terwijl het rendement van die ruimte erg hoog is. Als over één spoor elke vijf minuten een trein rijdt, lijkt de baan leeg. Toch passeren er dan per uur evenveel gebruikte zitplaatsen als in ongeveer vijftienhonderd auto's.

c. Klopt het wat de Nederlandse Spoorwegen beweren?

C. Columbus

Ruim driehonderd jaar geleden, op 14 oktober 1492, zette Christoffel Columbus voet aan wal in Amerika. Hij was toen al 73 dagen onderweg.
Hieronder zie je een kaartje met de route die Columbus heeft gevolgd.



De tocht van Columbus in 1492 schaal 1 : 90 000 000

d. Maak een redelijke schatting van de gemiddelde snelheid van de schepen van Columbus tijdens zijn reis naar Amerika. Kun je zo'n snelheid lopend of fietsend bijhouden?

Tegenwoordig leggen mensen dit soort afstanden vooral met vliegtuigen af. Een reis als die van Columbus duurt nu met een vliegtuig ongeveer tien uur.

e. Wat is de gemiddelde snelheid van zo'n vliegtuig in kilometer per uur?

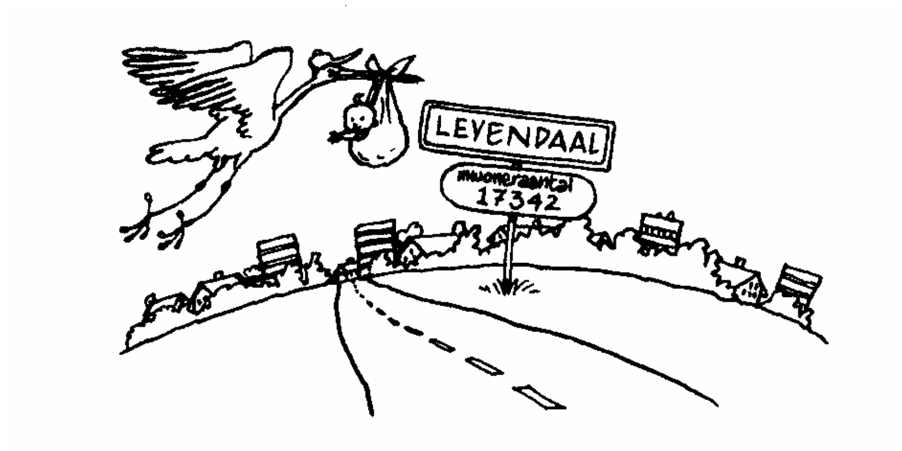
De Concorde was tot voor kort het snelste burgervliegtuig. Zij (!) vloog ruim 2500 kilometer per uur.

f. Hoeveel uur zal je met de Concorde onderweg zijn van Spanje naar Zuid-Amerika?

7.2 Over globaal rekenen en het afronden van getallen

A. Levendaal

Aan het begin van de bebouwde kom van Levendaal staat informatie over het inwonertal van het dorp.



a. Geef commentaar bij wat je in de tekening ziet.

b. Welke vragen zou je van kinderen in de bovenbouw naar aanleiding van de tekening verwachten? Welke vragen zou je zelf naar aanleiding van de tekening aan de kinderen willen stellen?

c. Hoe zou je naar aanleiding van deze tekening een les over afronden van getallen en schattend rekenen door middel van een interactief klassengesprek willen beginnen? Neem als uitgangspunt daarbij de vraag wat er in plaats van 17.342 beter op het bord bij Levendaal had kunnen staan.

B. Drie krantenberichten

Geef commentaar bij de krantenberichten.

25.999 kippen bij brand omgekomen

Van onze correpondent

HELLENDOORN- Bij een brand op de boerderij van de familie K. in Hellendoorn zijn 25.999 kippen omgekomen. In de loods waarin de brand woedde, bevonden zich 26.000 kippen. Eén kuiken kon aan de vlammen ontsnappen. De brand ontstond in een leegstaande schuur, vermoedelijk ten gevolge van kortsluiting en sloeg door de harde wind over naar de loodsen, waarin zich de kippen bevonden. De schade bedraagt ruim een half miljoen.

Ingezonden brief

Tijdens een bezoek aan het Natural History Museum in New York vertelde de gids mij bij het geraamte van een dinosaurus dat dit 90 miljoen en zes jaar oud is. Toen ik hem in mijn beste Engels vroeg hoe hij dat zo nauwkeurig wist, kreeg ik als antwoord: 'Toen ik hier zes jaar geleden kwam, vertelde men mij dat het fossiel 90 miljoen jaar was. Vandaar dus nu 90.000.006 jaar.'
Toen ik weer buiten was, vroeg ik me af of hoe het rekenonderwijs in de Verenigde Staten zich verhoudt tot dat in Nederland.

Amsterdam Karel Klaassen

Onverwachte tegenvaller in begroting van 18 miljard

Door een onzer redacteuren

DEN HAAG, 20 SEPT - In het voorwoord van zijn eerste Miljoenennota meldt minister Zalm een belastingmeevaller. Door het 'gunstiger conjunctuurbeeld' komt het financieringstekort van het rijk volgend jaar bijna twee miljard lager uit dan bij het opstellen van het regeerakkoord nog werd gedacht. Maar minister Zalm wordt ook geconfronteerd met een -kleine- tegenvaller. De persen die de Miljoenennota drukken, moesten worden stopgezet omdat in de kleurendiagram van de uitgaven van het rijk een fout was geslopen.
Het financieringstekort zou volgend jaar uitkomen op 18,6 miljoen gulden. Dat is 18.581.400.000 gulden te laag, want het tekort van het rijk bedraagt volgend jaar 18,6 miljard gulden.

7.3 Globaal rekenen en schattend rekenen

Bij opgaven waarin schattend rekenen aan de orde is, wordt niet *precies* gerekend met getallen. Vaak gaat het vooral om hebben van een goed inzicht in de betekenisvolle grootte van de getallen. De context waarin de getallen voorkomen, geven richting aan hoe globaal er met die getallen gerekend kan of moet worden.

Hieronder zie je een aantal opgaven waarin schattend rekenen en globaal rekenen worden uitgelokt.
Maak de opgaven en ga na wat de invloed van de context is op jouw aanpak van het schattend en globaal rekenen.

- ❖ Zeg iedere keer of je genoeg geld hebt. In je portemonnee zit € 40,-.
  Je koopt een t-shirt van € 14,95 en een pet van € 8,50.
  Je koopt een t-shirt van € 14,95 en een cd van € 25,-.
  Je koopt een boek van € 29,- en bloemen voor 12,50.

- ❖ Kijk naar de som op het bord.
  Steek je duim omhoog als de uitkomst groter is dan 1000 en omlaag als de uitkomst kleiner is dan 1000.

  - 3486 – 2500
  - 765 + 267
  - 907 + 110 – 50

- ❖ Kies snel het goede antwoord.

  6973 + 3937 =

  - 9.910
  - 10.910
  - 11.910

  543 – 178 =

  - 365
  - 165
  - 665

7.4 De betekenis van schattend rekenen

Als rekenen beperkt zou blijven tot precies rekenen, wordt geen recht gedaan aan het vak en kunnen er op wezenlijke punten hiaten ontstaan in de vaardigheden en inzichten van leerlingen. Een programma dat zich alleen richt op precies rekenen is niet toereikend, want:

- precies rekenen hoeft niet altijd
- precies rekenen kan niet altijd
- precies rekenen mag niet altijd.

Hieronder tref je een aantal opgaven aan waarin het schattend rekenen centraal staat. Los de opgaven op en probeer je daarbij zoveel mogelijk te verplaatsen in de denkwereld van basisschoolleerlingen.
Geef bij iedere opgave aan welk van de drie aspecten van schattend rekenen aan de orde is.

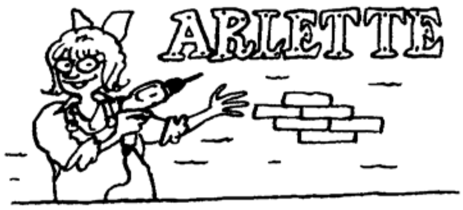
❖ Ik wil vier gebakjes kopen van € 1,98 per stuk. Heb ik aan € 10,- genoeg?

❖ Tijdens de vakantie hebben we 2178 km gereden. In totaal hebben we 195 liter benzine gekocht. Volgens de fabriek rijdt onze auto 1 op 15. Klopt dit wel?

❖ Een skateboard kost € 79,80. Ik denk dat ik elke week wel € 5,- kan sparen. Hoelang zal het duren voordat ik het benodigde geld bij elkaar heb

❖ Anneke koopt vier sierstenen voor in de tuin. Ze wegen elk tussen de twee en drie kilo.
Wat kan het totale gewicht zijn?

❖ De sierletters kosten per stuk iets van drie euro zoveel. De precieze prijs is niet goed te lezen
Wat denk je dat het kost om de naam ARLETTE te maken?



❖ Hoeveel minuten heeft een week ongeveer?
Kies één van de volgende antwoorden.

A. 1.200.000
B. 40.000
C. 10.000
D. 130.000

❖ Nieuw: Espressolepeltjes 1495 punten per stuk.
Ik heb 10.000 punten gespaard.
Heb ik genoeg voor 6 espressolepeltjes?

❖ In totaal is bij de verkoop van loten € 4.985,- opgehaald. De loten kosten € 5,- per stuk.
Hoeveel loten zijn er ongeveer gekocht?

a. bijna 1000
b. bijna 750
c. bijna 500

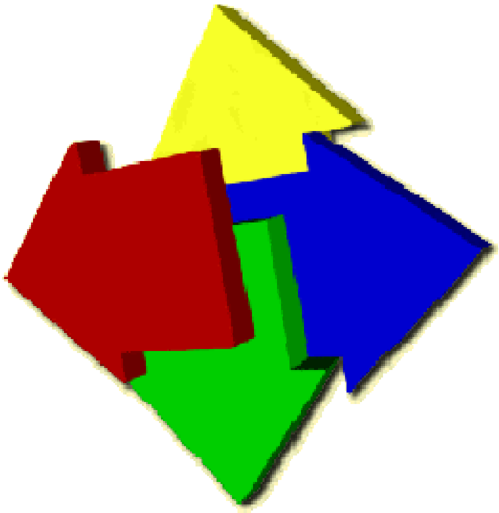
❖ In de zaal zijn 18 rijen met elk 32 stoelen.
Hoeveel zitplaatsen zijn er ongeveer?

❖ Leg uit dat deze uitkomsten, hoe vreemd ook, kunnen kloppen:

ongeveer 1 miljard + 1 miljoen = ongeveer 1 miljard
ongeveer 1 miljard – 1 miljoen = ongeveer 1 miljard.

7.5 Het Rekenweb

Surf naar www.rekenweb.nl.



De pijl naar links verwijst naar de kinderen (*RekenMaar! van 6 tot 80*). Je komt op een site waarop een groot aantal spelletjes wordt gepresenteerd. Deze zijn gerangschikt per groep en per leerstofdomein (*rekenen*, *schatten*, *getalbegrip*, *meten en maten* en *meetkunde*) en er is extra info voor leraren. Bij ieder spelletje wordt via een button extra informatie gegeven.

a. Bekijk een aantal van de spelletjes die je kunt vinden door op *RekenMaar! van 6 tot 80* te klikken en die zich bezig houden met schattend rekenen en het afronden van getallen.

b. Kies het meest aansprekende spelletje uit en geef aan waarom je dit uitgekozen hebt. Beschrijf hoe het afronden van getallen en het schattend rekenen in dat spelletje geoefend wordt.

7.6 PPON

In 1986 is door de Minister van Onderwijs het project Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau PPON gestart. Het belangrijkste doel van het project is om iedere vijf jaar gegevens te verzamelen over het onderwijsaanbod en de onderwijsresultaten in het basisonderwijs en in het speciaal onderwijs. Ook voor het leergebied rekenen/wiskunde zijn er peilingen.

Het peilingsonderzoek richt zich op drie vragen:

- Wat komt er aan de orde bij rekenen/wiskunde?
- Wat zijn de resultaten van het onderwijs?
- Welke veranderingen of ontwikkelingen zijn er in de loop van de tijd te traceren?

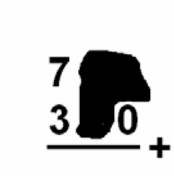
De eerste peiling vond plaats in 1987, de tweede in 1992. De laatste en meest recente peiling werd in 1997 gehouden. Iedere peiling bestaat uit drie onderdelen: een peiling bij leerlingen eind groep 5, een peiling bij leerlingen eind groep 8 en een peiling bij kinderen in het speciaal onderwijs.
Het peilingsonderzoek bij de leerlingen eind groep 8 betreft de domeinen *Getallen en bewerkingen, Breuken, procenten en verhoudingen* en *Meten*. Ieder domein heeft men onderverdeeld in onderwerpen. Zo kun je bij het domein *Meten* de onderwerpen oppervlakte en gewicht vinden en bij het domein *Getallen en bewerkingen* bijvoorbeeld vermenigvuldigen en delen, rekenen met de zakrekenmachine en schattend rekenen. In totaal zijn er aldus 24 verschillende onderwerpen verdeeld over de drie domeinen. Uiteraard is er een sterke koppeling met de kerndoelen voor rekenen/wiskunde. Hieronder tref je een aantal opgaven aan die gebruikt zijn bij de meest recente peiling eind groep 8 (in 1997) om er achter te komen hoe het gesteld is met het schattend rekenen.

Bedenk enige aanpakken die je verwacht van leerlingen in groep 8. Met aanpakken bedoelen we: een strategie die kinderen volgen, een redenering die kinderen hanteren, een rekenwijze van kinderen, etc. Denk hierbij niet alleen aan goede aanpakken, denk ook aan foutieve of incomplete redeneringen van kinderen. Schrijf op wat je denkt dat op kladblaadjes van kinderen staat of wat kinderen in het hoofd doen. Doe dit zo concreet mogelijk.

De antwoorden van de opgaven en meer informatie over PPON kun je vinden op
http://www.cito.nl/po/ppon/rekwisk/eind_fr.htm.

Vaardigheidsschaal Schattend rekenen

A Op een aantal cijfers van de volgende opgave is inkt terechtgekomen.
Onder de opgave staan drie antwoorden.
Twee van de drie antwoorden zijn duidelijk fout en één is goed.
Wat is het goede antwoord?



A 700
B 400
C 1000

B Suzan rekent uit op haar rekenmachine:

97 : 8 = 12125.

Bij het opschrijven van het antwooord vergeet ze de komma.
Het goede antwoord is:

C $5\frac{1}{49}$ x $7\frac{19}{20}$ is ongeveer
(rond af op een geheel getal)

D 0,497 x 48 is ongeveer

E Yvonne rekent uit op haar rekenmachine:

715,347 + 589,2 + 4,553 = 13091.

Bij het opschrijven van het antwoord is ze de komma vergeten.
Waar moet de komma staan?

1 3 0 9 1

F Welk teken moet er in het hokje staan? Kies uit > , < en =.
(< betekent: is minder dan
> betekent: is meer dan
= betekent: is evenveel als)

51 x 41 $\boxed{}$ 2000

G In de prijzenpot zit € 6327,75. Er zijn 8 winnaars die dit met elkaar moeten delen.
Hoeveel geld moet ieder dan ongeveer krijgen?
Rond af op honderd euro.

Hoofdstuk 8 Tijdschriften, literatuur en interessante websites

- Er zijn twee *tijdschriften* over ontwikkelingen binnen het reken-wiskundeonderwijs.
  - Willem Bartjens is een tijdschrift voor reken-wiskundeonderwijs in de basisschool en bevat een schat aan artikelen over de praktijk van het onderwijs in Nederland. Je vindt er praktijksuggesties voor activiteiten in de stage, het laatste nieuws in het rekenonderwijs en theoretische beschouwingen over de didactiek, geschreven in eenvoudige bewoordingen en voorzien van vele praktijkvoorbeelden. Willem Bartjens is een absolute aanrader voor de pabo-student!
  - PanamaPost is een tijdschrift waarin meer wetenschappelijk getinte artikelen gepubliceerd worden. Iemand die op zoek is naar goed gefundeerde theoretische beschouwingen over de didactiek kan hier veel vinden. Vaak brengen de uitgebreide literatuurverwijzingen bij de artikelen je verder op weg.

  Beide tijdschriften kun je inzien in het studielandschap.

  Op www.nvorwo.nl en www.fi.uu.nl/panamapost kun je een overzicht van artikelen uit deze tijdschriften vinden.

- De meest gebruikte *reken-wiskundemethoden* op de basisschool zijn:
  - Alles Telt, Thieme-Meulenhoff (www.allestelt.nl)
  - Pluspunt, Malmberg (www.pluspunt-malmberg.nl)
  - De wereld in getallen, Malmberg (www.wereldingetallen.nl)
  - RekenRijk, Wolters Noordhoff (www.wolters.nl)
  - Wis en Reken, Bekadidact
  - Talrijk, Zwijsen (www.zwijsen.nl)

- Een selectie van boeken over *rekenen-wiskunde en didactiek* (alle verschenen bij Wolters Noordhoff):
  - Fred Goffree, Kleuterwiskunde
  - Fred Goffree, Wiskunde & Didactiek, deel 1
  - Fred Goffree, Wiskunde & Didactiek, deel 2
  - Fred Goffree, Wiskunde & Didactiek, Rekenen en wiskunde in de bovenbouw
  - TAL, Jonge kinderen leren meten en meetkunde
  - TAL, Jonge kinderen leren rekenen (Hele getallen onderbouw)
  - TAL, Kinderen leren rekenen (Hele getallen bovenbouw)

- Twee belangrijke *websites* over het reken-wiskundeonderwijs die je zeker niet mag missen (maar ga daarnaast ook met een zoekmachine zelf op internet op zoek) :
  - www.rekenweb.nl is ontwikkeld door het Freudenthal instituut in Utrecht. Er staat een schat van informatie op bestemd voor leerlingen, ouders en leerkrachten. Zo vind je door te klikken op RekenMaar! een groot aantal spelletjes voor kinderen in de basisschool. Maar er is veel meer! Ga er vooral eens heen!
  - www.nvorwo.nl is de site van de Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken-wiskundeonderwijs. De NVORWO is een algemene en onafhankelijkie vakvereniging ter bevordering van het reken-wiskundeonderwijs voor de leeftijdsgroep van 4 tot 14 jaar. Zij biedt onderdak aan mensen met verschillende achtergronden en opvattingen: aan theoretici en practici, aan ontwikkelaars en begeleiders en vooral ook aan leerkrachten: leerkrachten basisonderwijs en leerkrachten voortgezet onderwijs.